Originalni naučni članak
005.585:336.763.1 ; 005.915

Dr Predrag Stančić •

TEORIJSKA VREDNOST I METODI VREDNOVANJA FINANSIJSKIH OPCIJA

Rezime: *Finansijska tržišta poslednjih godina karakteriše izrazita volatilnost, tako da su preduzeća prinuđena da aktivno tragaju za putevima zaštite od rizika kome su izložena. Među instrumentima razvijenim kao odgovor na varijabilnost tržišta važno mesto imaju finansijske opcije. Finansijske opcije kao derivati ne eliminišu rizik u apsolutnom smislu, nego ga transferišu drugoj strani, koja je voljna da ga prihvati uz niže troškove.*

Opcije predstavljaju pravo, bez striktne obaveze, tako da njihovo vrednovanje može biti vrlo komplikovano. Među brojnim modelima vrednovanja opcija (i ostalih derivata), Black-Scholes model predstavlja jedan od najčešće korišćenih.

Ključne reči: *opcije, portfolio, rizik, vrednovanje, model*

THEORETICAL VALUE AND FINANCIAL OPTIONS VALUATION METHODS

Resume: *Financial markets have become more volatile in recent years, and firms actively seek for the ways to hedge their risk exposure. Among instruments developed to respond on volatile financial markets, financial options have important role. Financial options as derivates do not eliminate risk in absolute sense, but they transfer it to another party who is willing to bear it at a lower cost.*

Options give holder the right, without strictly obligation, so their valuation can be complicated. Among various option valuation models (and other derivates), Black-Scholes model represents one of the most used.

Key words: *option, portfolio, risk, valuation, model*

JEL Classification: G32

• Ekonomski fakultet - Kragujevac

Uvod

Opcija predstavlja ugovorni odnos, koji kupcu (vlasniku) nudi pravo, ali ne i obavezu, da kupi (ili proda) predmet opcije po unapred određenoj ceni na kraju (ili tokom) određenog perioda. Vlasnik opcije pravo izbora (realizovanja ili nerealizovanja opcije) unapred plaća emitentu (*option writer*) kroz premiju za opciju. Nerealizovanje opcije ne daje pravo vlasniku (kupcu) opcije na povraćaj plaćene premije za opciju, jer premija predstavlja nadoknadu emitentu opcije za garantovanje cene i roka za kupovinu (prodaju) predmeta opcije. Unapred plaćena premija za opciju predstavlja maksimalni gubitak za vlasnika ukoliko se opcije ne realizuje.

Mada se opcije mogu odnositi i na stvari (robne opcije), fokus u ovom radu biće na finansijskim opcijama, koje za predmet imaju hartije od vrednosti, devize, kamatne stope, tržišne indekse itd. Zaključivanjem ugovora o opciji kupovine ili prodaje definiše se nekoliko bitnih elemenata, od kojih zavisi kasnija realizacija i vrednost opcije. Ti elementi su:

- Premija (cena opcije – iznos novca koji kupac isplaćuje u trenutku kupovine opcije);
- Cena realizacije (*exercise price*) (cena po kojoj se transakcija kupovine (prodaje) predmeta opcije obavlja ako se opcija realizuje);
- Rok dospelosti opcije (vreme u kome vlasnik može opciju realizovati, a koje obično iznosi od mesec do godinu dana).

Opcija za vlasnika ima teorijsku vrednost ako omogućava realizaciju (kupovinu ili prodaju) predmeta opcije pod povoljnijim uslovima od tržišnih u trenutku dospeća.[1] Uz ovakav stav neophodno je naglasiti i ogradu, koja proizlazi iz suštinskih karakteristika opcija: vrednost opcije za kupca ne može biti negativna (minimalna vrednost = 0), pošto pri negativnoj razlici tržišne cene i cene realizacije akcije, vlasnik opciju jednostavno neće realizovati. Ukoliko razlika između tržišne cene i cene realizacije predmeta opcije bude veća od plaćene premije za opciju vlasnik opcije beleži pozitivan novčani tok na opciji.

Sa aspekta ekonomske (suštinske) vrednosti, finansijske opcije, kao izvedeni instrumenti, bitno se razlikuju od baznih finansijskih instrumenata. Naime, dok se kod osnovnih finansijskih instrumenata suštinska vrednost

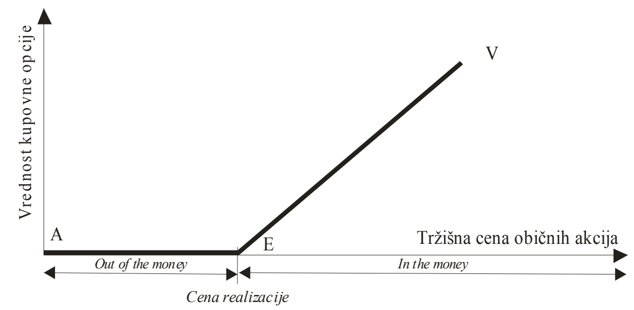
[1] Predmet razmatranja su opcije evropskog tipa, koje se mogu realizovati samo o roku dospeća.

poistovećuje sa sadašnjom vrednošću novčanih tokova koje produkuju i rizikom njihovog ostvarenja, finansijske opcije vrednost crpe iz predmeta opcije na koji se odnose i verovatnoće nastanka određenog događaja (odnosa tržišne cene i cene realizacije).

Teorijska vrednost opcije

Teorijsku vrednost opcije bazično determiniše razlika između tržišne cene na dan dospeća i cene realizacije. Pod pretpostavkom da je predmet opcije kupovina obične akcije, teorijska vrednost opcije za njenog vlasnika na dan dospeća grafički je predstavljena na narednoj *Slici 1.*, a definisana je odnosom tržišne cene obične akcije (P_t) i cene realizacije opcije (E).

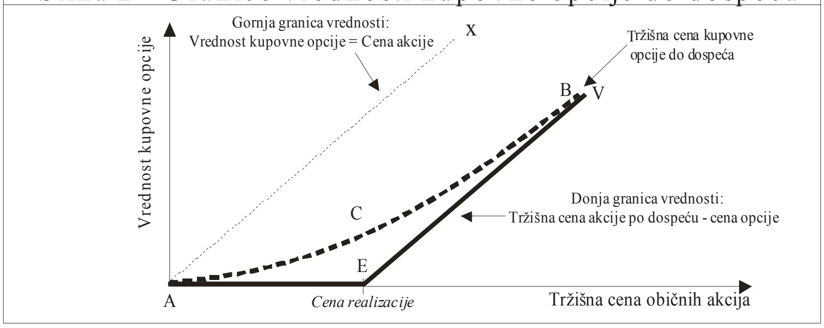
Slika 1 - Teorijska vrednost kupovne opcije



Kretanje teorijske vrednosti opcije u trenutku dospeća reprezentuje pravac *AEV*. Ako je ugovorena cena realizacije na nivou E, opcija nema ni teorijsku vrednost za vlasnika ako u trenutku dospeća tržišna cena akcije bude ispod tog nivoa, jer je vlasnik radije ne realizuje nego da to uradi sa gubitkom. Sve situacije $P_t<E$ na prethodnoj slici predstavlja prava *AE*, čije poklapanje sa X-osom potencira da je u toj zoni teorijska vrednost opcije = 0. Kad tržišna cena obične akcije u trenutku dospeća premaši cenu realizacije E, opcija postaje teorijski vredna za vlasnika, a njena vrednost linearno raste sa rastom tržišne cene akcije (pravac *EV*).

Međutim, u periodu do dospeća tržišna cena opcije može biti iznad teorijske vrednosti opcije. Razloge za spremnost potencijalnih investitora da opciju plate više od njene teorijske vrednosti treba tražiti u prirodi ugovora o opciji, koji vlasniku opcije nudi fleksibilnost u odluci uz ogradu da vrednost opcije ne može biti negativna. Naime, ako postoji dovoljno dug period do dospeća opcije i kupac opcije veruje da će tržišna cena akcije do dospeća rasti, on nalazi interes da kupi opciju čak i kad je njena cena realizacije iznad tekuće tržišne cene akcije. Na narednoj *Slici 2.* predstavljene su granice vrednosti kupovne opcije do dospeća.

Slika 2 - Granice vrednosti kupovne opcije do dospeća



Pravac *AEV*, saglasno prethodnim objašnjenjima, pored toga što reprezentuje teorijsku vrednost opcije istovremeno predstavlja i donju granicu vrednosti kupovne opcije za vlasnika u trenutku dospeća. To je iznos koji vlasnik može realno dobiti na tržištu, tako da on nema nikakvog razloga da ulazi u transakcije sa opcijom koje bi za rezultat imale manju vrednost. Zbog prirode opcije kao finansijskog instrumenta, odnosno činjenice da je cena realizacije fiksirana i mogućnosti rasta tržišne cene akcije na koju se odnosi, tržišna cena opcije do dospeća može prevazilaziti njenu teorijsku vrednost. Teorijski, maksimalna vrednost (tržišna cena) koju kupovna opcija na akcije do dospeća može dostići (gornja granica vrednosti) jednaka je tržišnoj ceni akcije na koju se odnosi. Dostizanje ove vrednosti pretpostavlja da je cena realizacije jednaka nuli ($E=0$), jer je tada teorijska vrednost opcije jednaka tržišnoj ceni akcije na koju se odnosi

$$V_o=P_t - E = P_t - 0 = P_t.$$

Jasno je da se gornja granica teorijske vrednosti opcije dostiže samo ako je rok dospeća opcije jako dug (beskonačan), a da opcija ne bude realizovana pre tog roka, jer u toj situaciji sadašnja vrednost cene realizacije, koja će biti isplaćena u dalekoj budućnosti, teži nuli ($E \rightarrow 0$). Kretanje gornje granice vrednosti opcije do dospeća na prethodnoj slici je predstavljeno isprekidanom pravom *Ax*.

Ako je u trenutku dospeća kupovne opcije $P_t > E$, posedovanje akcije omogućava veću ukupnu zaradu za vlasnika od posedovanja opcije, što pokazuje naredna *Tabela 1.* u kojoj su sučeljena primanja po jednom ili drugom osnovu, uz pretpostavku da je cena realizacije 180,00.

Tržišna cena akcije na dan dospeća opcije	***Primanje od akcije***	***Primanje od opcije***	***Dodatno primanje od držanja akcije u odnosu na opciju***
P_t**>180,00**	P_t	P_t *– 180,00*	*180,00*
P_t**<180,00**	P_t	*0,00*	P_t

U situaciji kad opcija nije dospela, vlasnik opcije može računati na dobitak na opciji ako P_t - E premaši premiju (cenu) opcije. Od tog trenutka do dospeća svaki rast tržišne cene akcije povećava dobitak, odnosno pretvara opciju u „štampariju novca“ za vlasnika opcije. U toj situaciji racionalni ulagači su voljni da kupe takvu opciju („štampariju novca“) i da je plate iznad premije (cene) opcije, što uzrokuje da se tržišna cena opcije do dospeća kreće između donje (*AEV*) i gornje granice (*Ax*) vrednosti. Na prethodnoj *Slici 2.* kretanje tržišne cena opcije odslikava boldirana isprekidana kriva AB, na kojoj je moguće locirati tri karakteristične tačke, koje zahtevaju nešto širu elaboraciju:

Tačka A – *Kad je tržišna cena akcije jednaka nuli, opcija na njenu kupovinu je bezvredna.* Situacija $P_t=0$ ukazuje da konkretna akcija trenutno nema vrednost i da se ne očekuje njen rast u budućnosti, tako da je opcija na kupovinu takve akcije bezvredna i sigurno će ostati neiskorišćena.

Tačka B – *Kad je tržišna cena akcije visoka, cena opcije teži tržišnoj ceni akcije umanjenoj za sadašnju vrednost cene realizacije.* Rast tržišne cene akcije iznad cene realizacije čini opciju vrednom a njenu realizaciju vrlo verovatnom. Vlasništvo nad takvom opcijom skoro je ekvivalentno posedovanju akcije, uz razliku što se njena cena (*E*) plaća kasnije (o roku dospeća opcije). To, praktično, znači da se kupovina takve opcije može izjednačiti sa kupovinom akcije na „kredit“ jer se garantovana cena realizacije plaća tek na dan dospeća opcije. Vrednost takve opcije jednaka je tržišnoj ceni akcije na dan dospeća umanjenoj za sadašnju vrednost cene realizacije.[2] Logično je da će vrednost

[2] Analiza se zasniva na pretpostavci da se eventualna dividenda na akciju isplaćuje posle roka dospeća opcije.

opcije rasti sa rastom roka dospelosti opcije i rastom kamatnih stopa u tom periodu, pošto, pod ostalim jednakim uslovima, to znači manji iznos novca koji treba rezervisati u trenutku kupovine opcije, da bi se na dan dospeća opcije dobila suma jednaka ceni realizacije opcije.

Tačka C – *Tržišna cena opcije je uvek veća od njene teorijske (minimalne) vrednosti.* Na prethodnoj *Slici 2* linija tržišne cene opcije (AB) se približava minimalnoj vrednosti samo u dva slučaja – kad je $P_t=0$ (tačka A) i u trenutku dospeća opcije (tačka B). Tržišna cena akcije u tački C jednaka je ceni realizacije samo ako opcija u tom trenutku dospeva, odnosno ako opcija za njenu kupovinu postaje bezvredna ako se tog trenutka ne realizuje. Kad do dospeća opcije ostaje kraći ili duži period, otvorena je mogućnost da vrednost opcije poraste (sve situacije $P_t > E$), uz ogradu da ne može biti negativna (situacija $P_t = E$). Sve to ukazuje da u Tački C tržišna cena nedospele opcije mora biti iznad teorijske vrednosti opcije.

Modeli vrednovanja opcija

Prema opštoj teoriji procenjivanja, ekonomska (suštinska) vrednost se uvek povezuje sa vrednošću novčanih tokova, koji se sa prihvatljivom pouzdanošću mogu očekivati od određenog sredstva (hartije od vrednosti), diskontovanih po stopi kapitalizacije koja izražava rizik ostvarenja tog toka (*Stančić, 2006, 78-91*). Kad su u pitanju opcije, kao izvedeni finansijski instrumenti, onda očekivani novčani tokovi imaju dve specifičnosti:

- njihova vrednost se izvodi iz vrednosti hartije od vrednosti (stvari) na koju se odnose i
- novčani tokovi po osnovu opcije zavise od nastanka određenog događaja.

Na bazi analize kretanja teorijske vrednosti opcije, predstavljene na prethodnoj *Slici 2.*, u narednoj *Tabeli 2.* dat je pregled uticaja rasta pojedinih varijabli obične akcije (osnovnog instrumenta) na ekonomsku vrednost kupovne opcije.

Varijabla	*Vrednost opcije*
↑ *Tržišna cena akcije*	↑
↑ *Cena realizacije opcije*	↓
↑ *Kamatna stopa*	↑
↑ *Rok dospeća*	↑
↑ *Varijabilnost cene akcije*	↑

Dok je uticaj prva četiri faktora iz prethodne *Tabele 2* na suštinsku vrednost opcije razumljiv, varijabilnost cena akcija zahteva dodatan komentar. Naime, dok vrednost tradicionalnih (osnovnih) hartija od vrednosti opada sa rastom rizika (varijabilnosti očekivanih prinosa), kod izvedenih hartija (opcija) vrednost raste sa povećanjem nestabilnosti osnovnog instrumenta na koji glase. Ovo iz razloga što dodatna varijansa ne može povećati rizik pada cene (ne može se izgubiti više od premije plaćene za opciju), dok može dovesti do mnogo većeg potencijalnog dobitka za vlasnika.

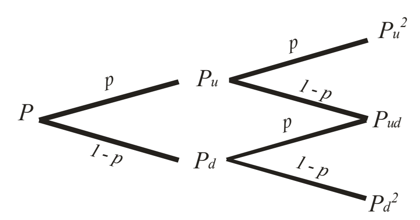
Pored analiziranih varijabli, na ekonomsku vrednost opcije utiču još dva inputa – stopa prinosa bez rizika (obično je aproksimira kamatna stopa na kratkoročne državne hartije od vrednosti) i očekivana dividenda po osnovu akcije, kao baznog instrumenta. Kupac opcije plaća premiju (cenu opcije) u trenutku kupovine opcije, uz obavezu da sačeka dan dospeća da bi je realizovao i ostvario eventualni dobitak. Sa aspekta vremenske vrednosti novca veća kamatna stopa znači smanjenje buduće cene realizacije (u trenutku kupovine opcije potrebno je rezervisati manju sumu novca da bi se na dan dospeća opcije dobila suma jednaka ceni realizacije opcije), što za posledicu ima rast vrednosti kupovne opcije (smanjenje vrednosti prodajne opcije) (*Van Horne, 2002., p. 104-109.*). Očekivana dividenda po osnovu akcije čini opciju manje vrednom, iz čega implicira da kupovna opcija na akciju koja nosi dividendu manje vredi od kupovne opcije na akciju koja ne nosi dividendu. Zbog pojednostavljenja dalja analiza u tekstu se zasniva na pretpostavci da akcija na koju glasi opcija ne nosi dividendu.

Kompleksnost ove situacije, u kojoj suštinska vrednost opcije ne zavisi od nje same nego od vrednosti osnovne hartije od vrednosti, teorijski je moguće rešiti formiranjem tzv. replikativnog portfolio-a (*replicating portfilio*), koji obećava iste novčane tokove kao i konkretna opcija, a koji se sastoji od osnovne hartije od vrednosti (na koju glasi opcija) i davanja ili uzimanja određene pozajmice. Na efikasnom tržištu ova dva ulaganja (opcija i njen replikativni portfolio) moraju imati istu cenu, s obzirom na to da bi eventualna odstupanja bila eliminisana kroz proces arbitraže. Praktično, svi modeli koji se u poslednjih nekoliko decenija koriste za vrednovanje opcija baziraju se na logici replikativnog portfolio-a i podešene pozicije. U daljem tekstu ukratko su analizirana dva modela određivanja vrednosti opcije – Binomni model i Black-Scholes model.

Binomni model vrednovanja opcija

Binomni model se bazira na jednostavnoj formuli za utvrđivanje cene osnovnog (baznog) instrumenta (akcije), prema kojoj akcija u bilo kom budućem trenutku može imati jednu od dve moguće cene. Postupak utvrđivanja cene akcije po ovom modelu grafički je ilustrovan na sledećoj *Slici 3.*

Slika 3 - Opšta formula binomnog toka cena



Na prethodnoj slici *P* predstavlja trenutnu cenu akcije, za koju se pretpostavlja da će u budućnosti porasti na P_u sa verovatnoćom *p* ili opasti do nivoa P_d sa verovatnoćom *1-p.*

Formiranje replikativnog portfolio-a za kupovnu opciju sa određenom cenom realizacije podrazumeva kupovinu nekog broja (obeležimo ga sa Δ) običnih akcija i pozajmljivanje neke sume novca (obeležimo je sa B). Problem formiranja replikativnog portfolio-a se svodi na iznalaženje odnosa broja akcija i iznosa pozajmice koji će biti uključeni u portfolio, uz uslov da vrednost tako formiranog portfolio-a bude jednaka vrednosti kupovne opcije nezavisno od budućih kretanja cene akcije.

Polazeći od mogućih očekivanih budućih tokova tekuće cene akcije P_t, predstavljenih na prethodnoj *Slici 3.*, pretpostavimo da će vrednost kupovne opcije iznositi V_u ako cena akcije naraste na nivo P_u, odnosno V_d ako trenutna cena akcije padne na nivo P_d. Pod pretpostavkom da smo pozajmili iznos B novčanih jedinica (na koji se zaračunava kamata k_{rf} , jednaka stopi prinosa bez rizika) i za njega kupili Δ običnih akcija, vrednost ovako formiranog portfolio-a (pozicije), prema mogućim scenarijima kretanja cene akcije, mogla bi se iskazati na sledeći način (*Tabela 3.*):

Moguće cene akcije	***Vrednost pozicije***	***Vrednost kupovne opcije***
P_u	$\Delta P_u - B(1+ k_{rf})$[3]	V_u
P_d	$\Delta P_d - B(1+ k_{rf})$	V_d

Pošto vrednost ovako formirane pozicije (replikativnog portfolio-a) prema pretpostavci mora imati iste novčane tokove kao i kupovna opcija na akcije, moguće je formirati sledeće jednačine

$$\Delta P_u - B(1+ k_{rf}) = V_u$$
$$\Delta P_d - B(1+ k_{rf}) = V_d$$

Rešavanjem ovih jednačina po Δ dobijamo odnos između ulaganja u akcije i iznosa pozajmice, koji se nazva deltom opcije a izražava sledećom relacijom (*Marinković, 1999., 53-61.*):

$$\Delta = \frac{V_u - V_d}{P_u - P_d}$$

Pošto do dospeća opcije može proteći više perioda, u rešavanju moramo početi sa poslednjim periodom (npr. $t=2$), u kome ćemo tačno znati koliki će biti novčani tokovi po osnovu kupovne opcije, zatim kreirati replikativni portfolio, a onda proceniti koliko će koštati kreiranje tog portfolio-a. Tako utvrđena vrednost portfolia uzima se kao vrednost kupovne opcije na kraju tog perioda. U narednom koraku, po istoj metodologiji, procenjujemo replikativni portfolio u periodu koji je prethodio poslednjem periodu ($t=1$). Postupak se ponavlja sve dok ne stignemo u sadašnji trenutak. Cenu formiranja replikativnog portfolio-a za sadašnji trenutak ($t=0$) koristimo za određivanje sadašnje vrednosti kupovne opcije (V_O) prema sledećem modelu

$$\boxed{V_O = (\text{Sadašnja vrednost akcije} * \Delta \text{ opcije}) - \text{pozajmica potrebna za replikovanje opcije}}$$

[3] Suma pozajmljenog novca B uvećanog za kamatu obračunatu po k_{rf}, koja je jednaka stopi prinosa bez rizika.

Primer

Pretpostavimo da investitor poseduje kupovnu opciju na običnu akciju X, koja dospeva za dva vremenska perioda po ceni realizacije od 50,00. Očekuje se da će se trenutna tržišna cena akcije X (t=0) od 50,00 menjati po binomnom modelu, kako je predstavljeno na narednom grafiku

t=0	***t=1***	***t=2***	***Teorijska vrednost kupovne opcije***
		100,00	*(100-50)50,00*
	70,00		
50,00		*50,00*	*(50-50)0,00*
	35,00		
		25,00	*(25-50)0,00*

Pri ceni realizacije od 50,00 i mogućim tržišnim cenama u periodu t=2, vrlo je verovatno da će pretpostavljena kupovna opcija biti realizovana u slučaju prva dva ishoda (tržišna cena od 100,00, odnosno 50,00), dok u slučaju trećeg ishoda (tržišna cena od 25,00) opcija će ostati neiskorišćena.

Da bismo odredili ekonomsku vrednost konkretne opcije potrebno je kreirati tzv. replikativni portfolio – kombinaciju jednog broja akcija X i određenog iznosa duga pribavljenog uz kamatu jednaku stopi prinosa bez rizika (pretpostavimo da bezrizična kamatna stopa iznosi k_{rf} *=11%), uz uslov da ovako kreirani portfolio generiše identične novčane tokove kao i razmatrana opcija na kupovinu akcije X po ceni realizacije od 50,00. Broj potrebnih akcija u replikativnom portfolio-u označimo sa* Δ*, a iznos duga koji ulazi u portfolio sa B.*

Prvi korak u formiranju replikativnog portfolija je razmatranje mogućih ishoda cene akcije u t=1. Prethodni grafik pokazuje da mogući ishod rasta cene od 50,00 (t=0) na 70,00 (t=1), može u t=2 da rezultira u rastu cene akcije na 100,00 ali i u padu na 50,00. Svaki od ovih ishoda daje različitu cenu kupovne opcije – novčane tokove za vlasnika opcije (50,00 ili 0,00). Pošto po pretpostavci replikativni portfolio treba da rezultira u identičnim novčanim tokovima za vlasnika, na narednom grafiku su istovremeno predstavljeni novčani tokovi po osnovu opcije i po osnovu replikativnog portfolio-a.

t=1	***t=2***	***Teorijska vrednost kupovne opcije***	***Replikativni portfolio***
	100,00	(100-50)50,00	$100{,}00\Delta+1{,}11B$
70,00			
	50,00	(50-50)0,00	$50{,}00\Delta+1{,}11B$

Rešavanjem jednačina iz replikativnog portfolio-a po Δ i B dobijamo da je

$$\Delta = \frac{V_u - V_d}{P_u - P_d} = \frac{50{,}00 - 0{,}00}{100{,}00 - 50{,}00} = 1 \text{ , odnosno}$$

100,00 – 1,11B=50,00 => 50,00=1,11B => B = 45,00

Proizlazi da ako cena akcije u t=1 iznosi 70,00, onda novčani tok replikativne pozicije može biti izražen kao

$$70{,}00\Delta - B = 70{,}00 - 45{,}00 = 25{,}00$$

Implicira da u ovoj situaciji zaduživanjem za 45,00 i kupovinom jedne akcije X obezbeđujemo iste novčane tokove kao i pri kupovini kupovne opcije. S obzirom na to da je 45,00 od 70,00 pozajmljeno, cena kreiranja ove pozicije iznosi 25,00, koliko bi trebalo da iznosi i vrednost kupovne opcije ako u t=1 cena akcije bude iznosila 70,00.

Drugi mogući ishod je da cena od 50,00 iz t=0 padne na 35,00 u t=1, što dalje u t=2 može alternativno rezultirati u rastu cene akcije na 50,00 ili u padu na 25,00. Mogući ishodi u t=2 daju različite vrednosti kupovne opcije, ali ne produkuju pozitivne novčane tokove za vlasnika opcije (u oba slučaja iznosi 0,00). Ova situacija, sa aspekta novčanih tokova po osnovu opcije i po osnovu replikativnog portfolio-a, može se predstaviti na sledeći način:

t=1	***t=2***	***Teorijska vrednost kupovne opcije***	***Replikativni portfolio***
	50,00	(50-50)0,00	50,00Δ+1,11B
35,00			
	25,00	(25-50)0,00	25,00Δ+1,11B

Rešavanjem jednačina iz replikativnog portfolio-a po Δ i B dobijamo da je Δ=0; B=0,00 Pošto je kod ovakvog ishoda novčani tok po osnovu kupovne opcije jednak nuli, onda i novčani tok replikativne pozicije mora iznositi 0.

U sadašnjem trenutku (t=0) tekuća tržišna cena od 50,00 u narednom periodu (t=1) može alternativno porasti na 70,00 ili pasti na 35,00. Svaki od ovih ishoda daje različitu vrednost kupovne opcije – novčane tokove za vlasnika opcije (20,00 ili 0,00). Pošto po pretpostavci replikativni portfolio treba da rezultira u identičnim novčanim tokovima za vlasnika, na narednom grafiku su istovremeno predstavljeni novčani tokovi po osnovu opcije i po osnovu replikativnog portfolija iz perspektive sadašnjeg trenutka (t=0).

t=0	***t=1***	***Teorijska vrednost kupovne opcije***	***Replikativni portfolio***
	70,00	*(70-50)20,00*	70,00Δ+1,11B
50,00			
	35,00	*(35-50)0,00*	35,00Δ+1,11B

Mogući alternativni ishodi cena akcija u trenutku t=1, prezentirani na prethodnim grafičkim, analizirani su kao alternativni ishodi u t=2, pri čemu je utvrđeno da

- *pri očekivanoj ceni akcije X od 70,00 u t=1 vrednost kupovne opcije u t=2 iznosi 25,00 i*
- *pri očekivanoj ceni akcije X od 35,00 u t=1 vrednost kupovne opcije u t=2 iznosi 0,00.*

Rešavanjem jednačina iz replikativnog portfolija u t=1 po Δ i B dobijamo da je Δ=5/7 i B=22,50, iz čega implicira da će pozajmica 22,50 i kupovina 5/7 akcije dati iste novčane tokove kao i kupovna opcija po ceni realizacije od 50,00. Troškovi pozajmice 22,50 i kupovine 5/7 akcije, pri sadašnjoj ceni akcije od 50,00 investitoru donosi

$$(5/7 * 50,00) – 22,50 = 13,20$$

što istovremeno predstavlja i vrednost kupovne opcije.

Binomni model potencira da vrednost opcije determiniše tekuća tržišna cena akcije, koja u sebe inkorporira i buduća očekivanja. Pri tome, verovatnoća rasta ili pada tekuće tržišne cene akcije ne tangira proces vrednovanja opcije iako utiče na vrednost baznog instrumenta (akcije). Objašnjenje za ovu konstataciju treba tražiti u činjenici da se vrednost opcije izvodi iz baznog instrumenta na koji glasi (akcije), koji su predmet frekventne trgovine, a time i kolebanja cena. Sa druge strane, mogućnost investitora da kreiraju pozicije koje daju iste novčane tokove (replikativni portfolio) deluje kao vrlo moćan instrument kontrole vrednosti opcije.

Ukoliko vrednost opcije odstupa od vrednosti replikativnog portfolio-a, investitori mogu stvoriti tzv. arbitražnu poziciju, koja ne zahteva ulaganje, ne uključuje rizik i daje pozitivne prinose. Naime, ako je vrednost opcije veća od vrednosti replikativnog portfolio-a, racionalni vlasnik opcije će ući u transakciju njene prodaje i kupovine replikativnog portfolio-a, koji nudi isti novčani tok ali ima nižu tržišnu cenu. To racionalnom vlasniku omogućava identičan novčani tok uz zaradu razlike u vrednosti (ceni). Kroz takav proces arbitraže (*arbitrage process*), koji se uvek odvija na efikasnom tržištu, eliminisaće se razlike u vrednosti opcije i replikativnog portfolio-a.

Ideja određivanja vrednosti opcije preko replikativnog portfolio-a, shvaćenog kao kombinacija ulaganja u akciju i zaduživanja, koja tačno preslikava novčane tokove opcije, može se pozitivno oceniti. Međutim, iako je binomni model kretanja budućih cena akcija pogodan za ilustrovanje replikativnog portfolio-a i efekata različitih varijabli na vrednost kupovne opcije, sama pretpostavka da cena akcije na dan isteka opcije može imati samo dve vrednosti, nerealno je restriktivna. Iskustvo i empirijska istraživanja ukazuju da u realnom svetu cene baznih instrumenta retko prate binomni proces. Čak i kad bismo zanemarili ovu činjenicu, procena mogućih kretanja cena u budućnosti i konstrukcija binomnog stabla predstavlja vrlo komplikovan i glomazan postupak.

Black-Scholes model vrednovanja opcija

Iako binomni model daje dobar uvid u determinante vrednosti opcije, činjenica je da njegova dosledna primena zahteva veliki broj inputa u pogledu očekivanih budućih cena baznog instrumenta u svakom koraku određivanja vrednosti. U tom smislu su učinjeni pokušaji da se na intenzitet promene cene utiče skraćivanjem dužine pojedinih perioda, sa idejom da sve kraći periodi čine promene cena sve manjim tokom takvih perioda. Teorijski promene cene postaju beznačajne kako se skraćivanjem vremenskih perioda njihova dužina približava nuli, što dovodi do tzv. procesa kontinuirane promene cena (*continuos price process*). Alternativa takvom pristupu je pretpostavka da promene cena ostaju značajne čak i pri skraćivanju trajanja pojedinih perioda, što nas uvodi u proces skokovitih cena (*jump price process*), gde cene mogu skočiti u bilo kom periodu, bez obzira na njegovu dužinu.

U slučaju procesa kontinuiranih cena, gde promene cena postaju manje sa skraćivanjem dužine perioda, binomni model teži modelu čije su osnove 1973. godine postavili *Fisher Black*, *Myron Scholes* i *Robert Merton*. Inicijalna ideja, kasnije uobličena u Black-Scholes model, koji je pokazao da je moguće „preslikati“ opciju kao seriju ulaganja u akciju (finansiranim zaduživanjem) čak i kada se cena akcija kontinuirano menja.[4] Prednost ovakvog pristupa u odnosu na binomni model je što omogućava procenu vrednosti opcije korišćenjem relativno malog broja inputa. Mada je model kasnije dorađen, danas se smatra da je on veoma upotrebljiv u vrednovanju duga u odnosu na trajni kapital preduzeća, te da ima i teorijsku i praktičnu važnost u određivanju vrednosti potencijalnih potraživanja i identifikovanju potcenjenih i precenjenih opcija na tržištu.

[4] Scholes i Merton su za rad na razvoju modela vrednovanja opcije 1997. godine dobili Nobelovu nagradu za ekonomiju.

Opšti Black-Scholes model se zasniva na nekoliko pretpostavki vezanih za tržište akcija i opcija *(Black, Scholes: 1973, p. 637-654.):*

1. Predmet razmatranja su opcije evropskog tipa,
2. Ne postoje transakcioni troškovi, akcije i opcije su beskonačno deljive a sve relevantne informacije su svima besplatno dostupne,
3. Ne postoje imperfektnosti prilikom emitovanja opcija ili kratkoročne prodaje akcija,
4. Kratkoročna nerizična kamatna stopa je poznata i konstantna tokom čitavog perioda trajanja opcionog ugovora, a tržišni učesnici mogu uzimati ili odobravati kredite po ovoj stopi,
5. Na akcije se ne isplaćuju dividende,
6. Cene akcija se ponašaju saglasno teoriji slučajnog kretanja (*random walk theory*),
7. Distribucija verovatnoće prinosa akcije u vremenskim periodima je normalna distribucija,
8. Varijansa prinosa je konstantna za vreme trajanja opcionog ugovora i poznata je tržišnim učesnicima.

Ako ostavimo po strani komplikovani matematički aspekt izvođenja modela, Black-Scholes model se zasniva na ideji replikativnog portfolio-a, odnosno kreiranju portfolio-a baznog instrumenta (akcije) i bezrizičnog instrumenta, koji kao rezultat ima iste novčane tokove (i troškove) kao i opcija čija se vrednost procenjuje. Vrednost kupovne opcije po Black-Scholes modelu predstavlja funkciju pet varijabli:

- P_t – tekuća tržišna cena akcije,
- E – cena realizacije opcije,
- t – period do dospeća opcije,
- k_{rf} – godišnja stopa prinosa bez rizika (kratkoročna kamatna stopa po kojoj se vrši kontinuirano ukamaćenje) i
- σ^2 – varijansa godišnjeg prinosa akcije dobijenog metodom neprekidnog kapitalisanja.

Pre konstrukcije modela neophodno je definisati još nekoliko parametara koji determinišu prethodne varijable, kao što su

- e – 2,7182, baza prirodnog logaritma,
- ln – prirodni logaritam,

- σ – standardna devijacija godišnjeg prinosa akcije dobijenog metodom neprekidnog kapitalisanja (često je u upotrebi termin volatilnost akcije) i
- *N(d)* – fukcija standardizovane normalne kululativne verovatnoće.

Respektovanjem ovih varijabli i parametara, vrednost opcije (V_o) prema Black-Scholes modelu mogla bi se u opštem obliku izraziti kao

$$\boxed{V_o = P_t N(d_1) - \frac{E}{e^{rt}} N(d_2)},$$

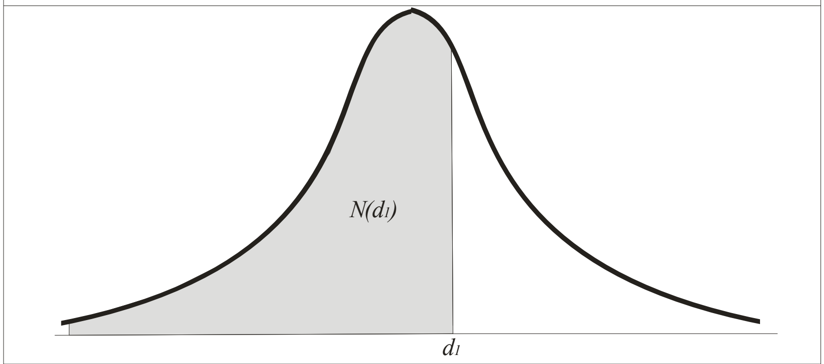
gde je $d_1 = \dfrac{ln\left(\dfrac{P_t}{E}\right) + \left[k_{rf} + \dfrac{1}{2}\sigma^2\right]t}{\sigma\sqrt{t}}$ i $d2 = \dfrac{ln\left(\dfrac{P_t}{E}\right) + \left[k_{rf} - \dfrac{1}{2}\sigma^2\right]t}{\sigma\sqrt{t}}$.

Jedna od pretpostavki na kojima model počiva je da je cena baznog instrumenta (akcije) lognormalno raspoređena, odnosno da je prirodni logaritam P_t normalno raspoređen

Model sugeriše da vrednost opcije predstavlja funkciju kratkoročne kamatne stope, vremena dospeća opcije i varijanse prinosa akcije, ali nije funkcija očekivanog prinosa akcije. Sa rastom vremena dospeća opcije (*t*), varijanse stope prinosa (σ^2) i kratkoročne kamatne stope (k_{rf}) (pojedinačno ili simultano), raste vrednost opcije težeći vrednosti akcije, kao gornjoj granici vrednosti (videti *Sliku 2.*). Element e^{-rt} u modelu V_o predstavlja faktor sadašnje vrednosti, koji izražava činjenicu da se cena realizacije opcije mora platiti o roku dospeća opcije. Elementi $N(d_1)$ i $N(d_2)$ su kumulativne verovatnoće procenjene pomoću standardizovanog normalnog rasporeda, predstavljenog na *Slici 4*. $N(d_2)$ pokazuje mogućnost da opcija ostvari pozitivne novčane tokove za vlasnika na dan dospeća (verovatnoću da kod kupovne opcije bude $P_t > E$).

Pri određivanju vrednosti opcije prema Black-Scholes modelu, polazi se od nerizičnog portfolia kreiranog kupovinom baznog instrumenta (akcije) u visini *N(d1)* i prodajom jedne kupovne opcije. Broj jedinica baznog instrumenta (akcija), označen u modelu sa *N(d1)*, potrebnih da se formira replikativni portfolio naziva se deltom opcije (*option delta*). Treba naglasiti da je tako formirani portfolio bezrizičan samo u jednom kratkom periodu jer se sa promenom vremena i promenom cene akcije u vremenu menja i vrednost *N(d1)*.

Slika 4 - Vrednost kumulativne verovatnoće



Rekapitulirajući analizu modela vrednovanja opcija, možemo konstatovati da su 4 od 5 ključnih inputa u model poznati: P_t – tekuća tržišna cena akcije, E – cena realizacije opcije, t – period do dospeća opcije, k_{rf} –kratkoročna bezrizična kamatna stopa, uz pretpostavku da je stopa prinosa po kojoj se vrši kontinuirano ukamaćenje akcije normalno distribuirana sa konstantnom varijansom (σ^2). Uobičajeno je da se podaci o kretanju varijanse u prošlosti koriste kao osnova za procenu njene vrednosti u budućnosti, do dospeća opcije. Naime, korišćenjem nedeljnih podataka o cenama akcija mogla bi da se utvrdi relativna cena akcije, kao odnos cene akcije tekuće nedelje sa cenom akcije prethodne nedelje, za koji se zatim iznalazi prirodni logaritam. Na primer, ako je ovonedeljna cena akcije 33,00 a prošlonedeljna 31,50, onda je relativna cena 33,00/31,50=1,04762, čiji je prirodni logaritam 0,04652. Kada se utvrde relativne cene i njihovi prirodni logaritmi za 52 nedelje (1 godinu), relativno lako se može utvrditi standardna devijacija. Za svođenje nedeljne standardne devijacije na godišnji nivo, neophodno je nedeljnu vrednost pomnožiti sa $\sqrt{52}$.

Primer

Pretpostavimo da je P_t= 30,00; E = 28,00; t = 0,50 (6 meseci); k_{rf} – 0,10, te da je na bazi analize prošlih varijabilnosti utvrđeno da je σ^2 (standardna devijacija kontinuirane kamatne stope) = 0,40. Polazeći od ovih podataka vrednost opcije po Black-Scholes modelu mogla bi se izračunati na sledeći način (*Van Horne, 2002., p. 104-109.*)

$$d_1 = \frac{ln\left(\frac{30}{28}\right) + \left[0,1 + \frac{1}{2}(0,40)^2\right]0,50}{0,40\sqrt{0,50}} = \frac{0,158993}{0,282843} = 0,562$$

$$d_2 = \frac{ln\left(\frac{30}{28}\right) + \left[0,1 - \frac{1}{2}(0,40)^2\right]0,50}{0,40\sqrt{0,50}} = \frac{0,078993}{0,282843} = 0,279$$

U Black-Scholes modelu $V_o = P_t N(d_1) - \frac{E}{e^{rt}} N(d_2)$ *članovi* $N(d_1)$ *i* $N(d_2)$ *predstavljaju verovatnoću da će slučajna varijbla, distribuirana po standardnoj normalnoj distribuciji imati vrednosti manje od* d_1 *i* d_2*. Na grafiku normalne raspodele nešto više od 2/3 površine spada u interval od jedne standardne devijacije sa obe strane aritmetičke sredine, 95% u interval od dve standardne devijacije, a 99,7% u interval od tri standardne devijacije. Prema tablicama normalne distribucije verovatnoće vrednost* d_1*=0,562 leži između standardnih devijacija od 0,55 do 0,62, koje se poklapaju sa 0,2912 i 0,2743 delova distribucije respektivno. Linearnom interpolacijom se dobija*

$$0,2912 – (0,12/0,50)(0,2912\text{-}0,2743)=0,287.$$

Ovo predstavlja područje ispod krive normalne disrtibucije koje je za 0,562 ili više standardnih devijacija više od aritmetičke sredine. Da bismo izračunali područje normalne distribucije koje je manje od 0,562 standardnih devijacija više od aritmetičke sredine, jednostavno se utvrdi razlika 1-0,287. Sledi

$$N(d_1) = N(0,562)=1\text{-}0,287=0,713.$$

Prema tablicama normalne distribucije verovatnoće vrednost d_2*=0,279 leži između standardnih devijacija od 0,25 do 0,30, koje se poklapaju sa 0,4013 i 0,3821 delova distribucije respektivno. Linearnom interpolacijom se dobija*

$$0,4013 – (0,29/0,30)(0, 4013\text{-}0, 3821)=0,390.$$

Sledi

$$N(d_2) = N(0,279)=1\text{-}0,390=0,610$$

Unošenjem pretpostavljenih veličina (P_t*, E, t,* k_{rf}*, i* σ^2*) i vrednosti članova* $N(d_1)$ *i* $N(d_2)$ *u Black-Scholes model dobijamo*

$$V_o = P_t N(d_1) - \frac{E}{e^{rt}} N(d_2) = 30(0,713) - \frac{28}{e^{(0,1)(0,5)}}(0,610) = 5,14$$

Dakle, Black-Scholes model vrednovanja opcija sugeriše da opcija, koja daje pravo na kupovinu akcije iz naše pretpostavke, vredi 5,14. Vrednost $N(d_1)$ *= 0,713 ukazuje da će promena cene akcije za 1 biti praćena promenom cene opcije za 0,713. Kod kreiranja podešene pozicije to znači da na svaku opciju treba pribaviti i 0,713 akcija, jer će se promene cena u ovakvom portfolio-u međusobno anulirati. Kretanje tržišne cene opcije iznad ili ispod vrednosti opcije (5,14) ukazuje da je ta opcija precenjena ili potcenjena. Međutim, ovde se savetuje opreznost jer je Black-Scholes model vrlo senzitivan na faktor standardne devijacije, a procena budućih varijabilnosti prinosa akcije bazira na prošloj varijabilnosti, koja se ne mora preslikati na budućnost. Jaka turbulentnost* *tržišta vrlo često zahteva da se odnos opcije i akcije u portfolio-u ($N(d_1)$) mora često podešavati i više puta tokom nedelje.*

Izloženi postupak iznalaženja vrednosti kupovne opcije je prilično ekstenzivan, a prezentiran je radi ilustracije suštine i logike Black-Scholes modela. U stvarnosti određivanje vrednosti kupovne (prodajne) opcije se relativno lako rešava *u Excel-u* korišćenjem komande "*Insert Function*" i izborom statističke funkcije *NORMSDIST*, koja izračunava standardnu normalnu kumulativnu distribuciju vrednosti *z.* Vrednost *z* u slučaju Black-Scholes modela predstavljaju verovatnoće d_1 ili d_2 (koji po definiciji mogu imati vrednost između 0 i 1). Rezultat primene funkcije *NORMSDIST* su precizna kvantifikacija vrednosti $N(d_1)$ i $N(d_2)$. Za ilustraciju upotrebe funkcije *NORMSDIST* u određivanju vrednosti kupovne opcije, na narednoj *Slici 5.* prezentiran je softverski model razvijen u *Excel-u*, uz korišćenje podataka iz prethodnog primera.

E7 fx =C5*E5-E2*E6

	A	B	C	D	E	F
1	*INPUTS*			*OUTPUTS*	*Iznos*	*Korišćene formule za output u koloni E*
2	Standardna devijacija	σ^2	0,40	Sadašnja vrednost *E*	26,70	C6/(1+C4)^C3
3	Rok dospeća	*t*	0,50	d1	0,554	(LN(C5/E2)+(0,5*C2^2)*C3)/(C2*SQRT(C3))
4	Stopa prinosa bez rizika	k_{rf}	0,10	d2	0,271	E3-B2*SQRT(C3)
5	Cena akcije	P_t	30,00	N(d1)	0,710	NORMSDIST(E3)
6	Cena realizacije	*E*	28,00	N(d2)	0,607	NORMSDIST(E4)
7				Vrednost kupovne opcije	5,10	C5*E5-E2*E6
8						

Na bazi inputa u koloni A, u koloni E su obračunati autputi, prema formulama prezentiranim u koloni F. Pada u oči da se ovako utvrđene vrednosti d_1, d_2, $N(d_1)$, $N(d_2)$ i vrednost kupovne opcije poklapaju sa vrednostima utvrđenim kroz iterativni obračun u prethodnom primeru (minimalna odstupanja nastaju kao posledica zaokruživanja rezultata).

Na modelima vrednovanja opcija i danas se intenzivno radi. Jedan od pravaca u kome idu istraživanja, je pokušaj da se proces kontinuiranih cena (na kome se bazira Black-Scholes model) prevede u proces skokovitih cena, po kome cene mogu skočiti u bilo kom periodu, bez obzira na njegovu dužinu. *Cox* i *Ross* (*Cox, Ross:, 1976, p. 145-166.)* su prezentirali model vrednovanja opcija kad cene prate čist proces skokovitih cena, pri čemu se pretpostavlja da skokovi mogu biti samo pozitivni. To znači da cene u narednom periodu imaju ili veliki pozitivan skok, sa određenom verovatnoćom, ili opadaju po datoj stopi.

Merton (*Merton, 1976, p. 125-144.)* je analizirao statističku raspodelu koja podrazumeva promenu cena u skokovima (diskretne promene), te da su skokovi cena nadređeni procesu kontinuiranih promena cena. Pri tome, je odredio stopu kod koje skokovi cena nastaju (λ) i prosečnu veličinu skoka (k), izraženu u procentu od cene akcije. Model izveden iz tog pristupa nazvan je modelom skokovite difuzije (*jump diffusion model*). Model operiše sa istim parametrima kao i Black-Scholes model uz dodatak parametara procesa skoka (λ, k). Međutim, procena parametara kod procesa skokovitih cena je toliko kompleksna kod većine preduzeća, da prevazilazi prednosti od korišćenja modela skokovite difuzije, tako da je njegova primena u praksi vrlo ograničena.

Umesto zaključka

U svetu opterećenom inherentnim rizikom, odluke se baziraju na pretpostavljenom scenariju razvoja budućih događaja, koji se može ali i ne mora ostvariti. Teorija finansijskog upravljanja opcije vidi kao sredstvo koje dozvoljava naknadni izbor, u zavisnosti od razvoja događaja, odnosno kao instrument koji odlukama o investiranju, finansiranju ili dividendama daje neophodnu komponentu fleksibilnosti. Ova činjenica čini opcije potencijalno pogodnim sredstvom za amortizovanje inherentnog rizika povezanog sa budućim fluktuacijama tržišnih cena ili kamatnih stopa. Generalno, vrednost opcije determinišu dva ključna elementa: vrednost predmeta opcije i odnos tržišne cene i cene realizacije u trenutku realizacije.

Reference

1. ***Arnold: Corporate financial management***, *Financial Times Professional Ltd., 1998.,*
2. ***Black, Scholes**: **The Pricing of Options and Corporate Liabilities**, Journal of Political Economy, No 81 (May-June 1973),*
3. ***Brigham, Ehrhardt: Financial management,** 10th edition, South-Western Thomson Learning, 2002.,*
4. ***Cox, Ross: The Valuation of Options for Alternative Stochastic Processes**, Journal of Financial Economics, No 3, 1976.,*
5. ***Marinković: Finansijska opcija - koncept dinamičkog upravljanja rizikom**, Berza, br. 7-9, 1999.,*
6. ***Merton: Option Pricing When the Underlying Stock Returns are Discontinuous,** Journal of Financial Economics, No 3, 1976,*
7. ***Stančić**: **Savremeno upravljanje finansijama preduzeća**, Ekonomski fakultet Univerziteta u Kragujevcu, Kragujevac, 2006.,*
8. ***Van Horne: Financial management and policy,** twelfth edition, Prentice-Hall International, Inc., 2002.*