Ekonomski horizonti, Maj - Avgust 2024, Volumen 26, Sveska 2, 149 - 163
UDC: 33 ISSN: 1450-863 X

Izvorni naučni članak
UDK:330.322.5:336.76
doi:10.5937/ekonhor2402149R

PORTFOLIO OPTIMIZACIJA BAZIRANA NA PROSEČNOM PRINOSU I OČEKIVANOM GUBITKU UZ UPOTREBU GENETSKOG ALGORITMA

Vladislav Radak[1], Aleksandar Damjanović[1], Vladimir Ranković[2] i Mikica Drenovak[2*]

[1]*Računarski fakultet, Univerzitet Union, Republika Srbija*
[2]*Ekonomski fakultet Univerziteta u Kragujevcu, Republika Srbija*

Kapitalna adekvatnost za izloženost tržišnom riziku banaka je nelinearna funkcija očekivanog gubitka (Expected Shortfall, ES). ES se izračunava na osnovu stvarnog portfolija banke, tj. portfolio predstavlja njen trenutni posed. Za sprovođenje optimizacije bazirane na ES koristimo genetski algoritam (Genetic Algorithm, GA). Konkretno, rad ispituje efikasnost GA tehnike – Evolucioni algoritam sa jakim Pareto optimumom 2 (The Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2, SPEA2) za optimizaciju portfolija kada se očekivani (prosečni) prinos i procentualni ES postave kao ciljevi optimizacije. Pored toga, analiziramo razlike između optimalnih portfolija dobijenih kroz prosečni prinos-ES optimizaciju i optimalnih portfolija dobijenih kroz prosečni prinos-VaR optimizaciju (Value at Risk), korišćenjem pomenutog algoritma optimizacije. Rezultati dokumentuju da metoda SPEA2 pruža dobro raspoređene portfolije duž efikasne granice pokrivajući različite nivoe rizika. Optimalni portfoliji dobijeni kroz prosečan prinos-ES optimizaciju dokumentuju superiornost duž cele efikasne granice u ravni prosečan prinos-ES u odnosu na one dobijene prosečan prinos-VaR optimizacijom. Istovremeno, optimalni portfoliji dobijeni prosečan prinos-ES optimizacijom prikazani u ravni prosečan prinos-VaR konvergiraju ka portfolijima dobijenim na bazi prosečan prinos-VaR optimizacije i gotovo se poklapaju sa njima za visoke nivoe očekivanog prinosa.

Ključne reči: portfolio optimizacija, očekivani gubitak, VaR, SPEA2

JEL Classification: C61, C63, G11, G17, G21

UVOD

Da bi osigurale solventnost za svoje klijente i druge ugovorne strane, finansijske institucije su obavezne da alociraju „ekonomski kapital". Dok se vrednost pod rizikom (Value at Risk, VaR) tradicionalno koristila kao industrijski standard za alokaciju kapitala pod rizikom, Bazel IV kapitalni sporazum (Basel IV Capital Accord) preporučuje prelazak sa VaR na očekivani gubitak (Expected Shortfall, ES) kao prikladniju meru rizika tokom stresnih situacija. I akademici i praktičari podržavaju ovu promenu,

* *Korespondencija:* M. Drenovak, Ekonomski fakultet Univerziteta u Kragujevcu, Liceja Kneževine Srbije 3, 34000 Kragujevac, Republika Srbija;
e-mail: mikicadrenovak@uni.kg.ac.rs

budući da je ES prepoznat kao minimalna koherentna i invarijantna (Law-invariant) mera rizika koja treba da zameni VaR. Treba napomenuti da implementacija ES prema Bazel IV predstavlja značajnu evoluciju u regulatornom okviru za upravljanje tržišnim rizikom. Bazel IV se nadograđuje na poboljšanja uvedena u Bazel III, posebno kroz dokument: „Fundamental Review of the Trading Book" koji prvi integriše ES sa ciljem da se adresiraju slabosti VaR-a u proceni rizika "repa" raspodele (BCBS, 2019). ES je informativnija mera rizika, koja odražava potencijalne gubitke iznad praga određenog VaR-om, čime se postiže bolje razumevanje rizika "repa" raspodele (Acerbi & Tasche, 2002a). Međutim, prema Bazelu IV korišćenje ES prvenstveno je ograničeno na primene u internim modelima za procenu tržišnog rizika, budući da se standardizovani pristupi i dalje oslanjaju na alternativne metrike (BCBS, 2016). Ovo ograničenje osigurava da je implementacija ES usaglašena sa sofisticiranim mogućnostima modeliranja rizika finansijskih institucija, dok se istovremeno rešava regulatorna potreba za robusnom kvantifikacijom rizika i adekvatnošću kapitala.

Razlozi zbog kojih je ES superiornija mera rizika su brojni. VaR predstavlja maksimalni potencijalni gubitak koji se može desiti sa određenom verovatnoćom, označenom *p*. Gubici iznad VaR-a pojavljuju se u ekstremnim situacijama. Imajući to u vidu, jasno je da VaR označava minimalni gubitak u slučaju ekstremnih situacija koje se mogu logično predvideti. Međutim, u stres analizi prikladnija informacija bi bila gubitak koji se očekuje ukoliko do stresne situacije dođe (što je kvantifikovano ES-om). Pored toga, u literaturi je prepoznato da VaR-u nedostaje koherentnost jer ga ne odlikuju subaditivnost i konveksnost. Shodno tome, zbir VaR-a pojedinačnih portfolija nije nužno gornja granica VaR kombinovanog portfolija. Takvo ponašanje je u suprotnosti sa osnovnim finansijskim principom diversifikacije (Artzner, Delbaen, Eber & Heath, 1999; Acerbi & Tasche, 2002a).

U svom radu, C. Acerbi i D. Tasche (2002b) uvode koherentnu zamenu za VaR. Metrika koju su predložili je upravo očekivani gubitak, ali se u finansijskoj literaturi može naći i pod imenom uslovna vrednost pod rizikom (conditional value at risk, CVaR). Budući da nadomešćuje određene nedostatke VaR-a, ES je sveobuhvatnija mera rizika. Preciznije, finansijska literatura prepoznaje da ES nudi precizniju procenu rizika repa raspodele, te prelazak sa VaR na ES poboljšava mogućnosti upravljanja rizikom. Ipak, obe metrike su usko povezane. ES se definiše kao gubitak koji se može očekivati pod pretpostavkom da će gubici premašiti VaR (što je definicija za slučaj neprekidne raspodele). Uopštenije, ES se može predstaviti kao ponderisani prosek VaR-a i gubitaka iznad VaR-a (što je primerenija definicija za diskretne raspodele). Empirijske studije pokazuju da minimiziranje ES-a takođe daje skoro optimalna rešenja u VaR-u (pošto VaR, po definiciji, nikada ne prevazilazi ES). Prema tome, portfoliji sa niskim ES takođe moraju da imaju i niski VaR. Štaviše, VaR i ES će biti ekvivalentne metrike kada je raspodela prinosa i gubitka normalna (što je retko slučaj u stvarnom životu). U tom slučaju portfolio optimizacije zasnovane na VaR-u i ES-u će rezultirati istim optimalnim rešenjem. Nasuprot tome, ES i VaR mogu dovesti do različitih optimalnih portfolija sa veoma asimetričnim raspodelama.

Ovaj rad pokušava dodatno da rasvetli odnos između VaR optimalnog i ES optimalnog portfolija. Generalno, VaR se ne može optimizovati korišćenjem standardnih analitičkih metoda. Neka istraživanja pokazuju da se VaR može uspešno optimizovati korišćenjem GA tehnika (Ranković, Drenovak, Stojanović, Kalinić & Arsovski, 2014). U empirijskim istraživanjima, genetski algoritmi (Genetic algorithms, GA) su postali preferirani metod za rešavanje problema finansijske optimizacije koji su previše kompleksni za determinističke tehnike. Naziv ovih algoritama potiče od njihovog izvođenja, koje je inspirisano biološkim (genetskim) procesima u evoluciji organizama. Naime, kroz evolucione procese ukrštanja, mutacije i selekcije najsposobnijih jedinki, vrste u prirodi evoluiraju i sve više se prilagođavaju životnoj sredini. Na isti način se u GA biraju rešenja sa boljim vrednostima datih ciljnih funkcija za rekombinaciju i mutaciju, što treba da rezultira boljim potomkom u pogledu rešenja funkcija cilja. Višeciljne varijante genetskih algoritama (Multi-objective Genetic algorithms, MOGA) su izrazito pogodne za rešavanje višeciljnih problema jer imaju sposobnost da pronađu skup optimalnih rešenja (Pareto front) u jednom pokretanju, pružajući mogućnost primene proizvoljnih ograničenja na vrednosti promenljivih i/ili funkcije cilja (Metaxiotis & Liagkouras, 2012).

U ovom istraživanju, koristili smo višeciljni Evolucioni algoritam sa jakim Pareto optimumom 2 (The Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2, SPEA2), da generišemo efikasne granice za optimizacije očekivanih (prosečnih) prinosa-ES i očekivanih (prosečnih) prinosa-VaR. Prema saznanjima autora, ovo istraživanje dopuniće znanja o trenutno nedovoljno istraženim razlikama u optimalnim portfolijima dobijenim kroz Prosečan prinos-ES i Prosečan prinos-VaR optimizacije korišćenjem višeciljnih evolucionih algoritama.

PREGLED LITERATURE

Korišćenje metoda optimizacije zasnovanih na procesima koji oponašaju prirodnu selekciju datira još od 1930-ih. Istovremeno, uključivanje brojnih praktičnih ograničenja u modele optimizacije finansijskog portfolija povećalo je njihovu složenost i otežalo njihovo rešavanje konvencionalnim tehnikama optimizacije. Iz tih pionirskih akademskih istraživanja proizašla su tri različita toka. Ovde ćemo pokušati da damo pregled svakog od njih.

Prvi od tri toka predstavlja studije koje istražuju korišćenje GA u domenu portfolio optimizacije. Istraživanjem koje su sproveli S. Arnone, A. Loraschi i A. Tettamanzi (1993) ispitan je problem dvociljne optimizacije u kontekstu mera rizika zasnovanih na prosečnom prinosu kroz optimizaciju bez ograničenja. Uvođenjem pondera za različite ciljeve, autori su početni dvociljni problem pretvorili u jednociljni. Slično istraživanje sproveli su T.-J. Chang, S.-C. Yang i K.-J. Chang (2009) i E. P. Setiawan i D. Rosadi (2020), koji su predložili optimizaciju očekivanog prinosa i rizika zasnovanu na GA pod ograničenjem kardinalnosti. Autori su razmatrali sledeće mere rizika: poluvarijansu, srednje apsolutno odstupanje i koeficijent asimetrije. Kada je u pitanju sama optimizacija, autori su pratili proceduru transformacije dvociljnog u jednociljni problem preko pondera za različite ciljeve koji su predložili S. Arnone *et al* (1993). Nasuprot tome, V. Ranković *et al* (2014) su istraživali portfolio optimizaciju zasnovanu na GA sa istorijskim VaR-om kao merom rizika. U svom radu, autori su uveli dva različita pristupa optimizacije, jednociljni, primenom jednociljnog GA (single-objective genetic algorithms, SOGA) i višeciljni, korišćenjem višeciljnog GA (tj. MOGA). Obe metode obezbeđuju efikasne granice u ravni prosečan prinos-VaR koje pružaju povoljan odnos između rizika i nagrade za optimalne portfoliije. Međutim, autori naglašavaju da MOGA pristup nadmašuje SOGA pandan u smislu računarske efikasnosti.

Drugi od ova tri toka literature bavi se izazovima portfolijo optimizacije bazirane na ES kao meri rizika. Relevantnost ES kao mere rizika najbolje se može ilustrovati činjenicom da je prevazišao tradicionalnu finansijsku analizu iz koje potiče. Dobio je popularnost u različitim oblastima nauke i akademske literature, kao što je terapija raka dojke (Chan, Mahmoudzadeh & Purdie, 2014), zakazivanje (Sarin, Sherali & Liao, 2014), i mašinsko učenje (Takeda, 2009; Takeda & Kanamori, 2009; Takeda, Fujiwara & Kanamori, 2014; Wang, Dang & Wang, 2015). Pored toga, primetni su i pokušaji korišćenja GA za portfolio optimizaciju različitih verzija ES-a (Wang *et al*, 2015; Jadhav & Ramanathan, 2019).

C. Acerbi i D. Tasche (2002a) su predstavili metodologiju za procenu doprinosa ES riziku pojedinačnih komponenti portfolija. S. Ciliberti, I. Kondor i M. Mézard (2006) istraživali su izvodljivost portfolio optimizacije uz ES kao mere rizika. Njihov rad pokazuje da ako odnos finansijskih aktiva i podataka (tj. N/T) premašuje kritičnu vrednost, empirijske distribucije prinosa nisu dobro definisane. Budući da kritična vrednost zavisi od praga verovatnoće korišćenog za ES, što je on niži, potrebna je duža vremenska serija za efikasnu portfolio optimizaciju. F. Caccioli, J. D. Farmer, N. Foti i D. Rockmore (2015) predložili su novi pristup za određivanje potrebne dužine vremenske serije za efikasnu portfolio optimizaciju zasnovanu na ES kao meri rizika. Njihov pristup se oslanja na izradi konturnih mapa. Mape se konstruišu na osnovu nivoa poverenja, relativne greške ocenjivanja i broja komponenti portfolija. Njihovi nalazi sugerišu da je potrebna veličina uzorka često neizvodljivo velika za racionalne scenarije portfolio optimizacije. Drugim rečima, efikasna portfolio optimizacija zahtevala bi nerazumno duge vremenske serije prinosa bez obzira na izabrani nivo poverenja i broj komponenti u portfoliju.

Treći, i poslednji, tok literature bavi se različitim metodologijama koje koriste istraživači kada se oslanjaju na GA u rešavanju složenih portfolio optimizacija. Jedan takav rad je C.-C. Lin i Y.-T. Liu (2008). Autori su sproveli istraživanje usredsređeno na osnovni H. Markowitz (1952) model portfolio optimizacije koji uključuje ograničenje minimalnog broja transakcionih lotova. Koristeći SOGA, istraživači su izveli efikasne granice u ravni prosečan prinos-varijansa. D. W. Corne, J. D. Knowles i M. J. Oates (2000) sproveli su još jedno važno istraživanje i pokazali izuzetne performanse SPEA u poređenju sa drugim MOGA. Stoga se SPEA uspostavlja kao opšteprihvaćeni reper u mnogim nedavnim akademskim istraživanjima na ovu temu. Nadovezujući se na prethodno, E. Zitzler, M. Laumanns i L. Thiele (2002) predstavili su poboljšanu verziju SPEA poznatu kao SPEA2. Poboljšanja uključuju: prefinjenu metodu skraćivanja arhive, dodavanje tehnike procene gustine raspodele i novu poboljšanu strategiju unapređenja. Zahvaljujući njima, SPEA2 dominira nad svojim prethodnikom. Ovde ćemo se osvrnuti i na radove K. P. Anagnostopoulos i G. Mamanis (2011) i V. Radaka (2020). Autori su dalje istraživali i upoređivali portfolio optimizacije bazirane na prosečnom prinosu i varijansi, prosečnom prinosu i ES i prosečnom prinosu i VaR-u putem GA u koje su uključena ograničenja količine, kardinalnosti i klase. Njihovo istraživanje je otkrilo da su NSGA-II algoritam za selekciju (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II, NSGA-II), zasnovan na Pareto selekciji (Pareto Envelope-based Selection Algorithm, PESA) i SPEA2 pokazali efikasne performanse bez obzira na korišćenu metriku rizika.

VIŠE O OČEKIVANOM GUBITKU

Ovde predstavljamo A. J. McNeil, R. Frey i P. Embrechts (2015) definiciju ES. Za gubitak L čija je funkcija raspodele F_L i koji ima konačnu očekivanu vrednost $E(|L|)<\infty$, ES na nivou poverenja $\alpha\in(0,1)$ se definiše kao:

$$ES_\alpha = \frac{1}{1-\alpha}\int_\alpha^1 q_u\,(F_L)du \tag{1}$$

gde je $q_u(F_L)=F_\tau(u)$ kvantilna funkcija koja zavisi od funkcije raspodele gubitka L, tj. F_L. Za datu vrednost VaR_α, ES_α, može se dobiti kao

$$ES_\alpha = E[X|X \geq VaR_\alpha(X)] \tag{2}$$

Iz jednačine (2) je jasno da u suštini ES predstavlja očekivani gubitak koji prevazilazi VaR, odnosno, predstavlja gubitak koji se očekuje u ekstremnim scenarijima. Kako su istakli C. Acerbi, C. Nordio i C. Sirtori (2001), ES može lako da zameni VaR kao meru rizika, s obzirom na fundamentalne sličnosti između njih. Ovo važi i za bilo koju drugu statistiku levog "repa" raspodele. Ipak, ES i dalje ima neke nedostatke. Jedno značajno ograničenje, na koje su ukazali Y. Yamai i T. Yoshiba (2005), je njegova značajna podložnost greškama ocenjivanja. Shodno tome, potrebno je obezbediti veoma duge vremenske serije prinosa za robusnu procenu.

Da bismo definisali ES u okviru portfolio otpimizacije, potrebno je da definišemo gubitak portfolija. Ovde pretpostavljamo da je gubitak portfolija funkcija $L(x,y)$ koja zavisi od dva vektora: x i y. Vektor x označava vektor nepoznatih pondera portfolija. Vektor y je slučajni vektor koji karakteriše funkcija gustine verovatnoće $p(y)$ koja predstavlja neizvesnosti u tržišnim parametrima koji utiču na gubitak. Shodno tome, verovatnoća da $L(x,y)$ padne ispod neke granične vrednosti β biće funkcija $\psi(x,\beta)$. U ovakvoj postavci ES posmatranog portfolija za funkciju gubitka koja odgovara vektoru pondera x na datom nivou poverenja $\alpha\in(0,1)$ može se izraziti kao:

$$\phi_\alpha(x) = E[\mathcal{L}(x,y)\,|f(x,y) \ \geq \beta_\alpha(x)]$$
$$= \frac{1}{1-\alpha}\int_{\mathcal{L}(x,y)\geq\beta_\alpha(x)} \mathcal{L}(x,y)p(y)dy \tag{3}$$

Prethodna notacija je neadekvatna za praktičnu primenu. Stoga preporučujemo sledeću rekonstrukciju:

$$\phi_\alpha(x) = \min_{\beta\in R} F_\alpha(x,\beta) \tag{4}$$

gde

$$F_\alpha(x,\beta) = \beta + \frac{1}{1-\alpha}\int_{y\in R^m}[\mathcal{L}(x,y)-\beta]^+ p(y)\phi \tag{5}$$

i $t^+=max\{t,0\}$

Korišćeni modeli portfolio optimizacije

Ovde predstavljamo varijaciju H. Markowitz (1952) višeciljnog optimizacionog problema zasnovanog na ES. Predstavljeni problem ima za cilj da istovremeno maksimizira očekivani prinos portfolija (označen kao $\mu_p(x)$ (jednačina 6.2) i minimizira rizik portfolija merenog putem ES (jednačina 6.1).

$$min\ \ ES_\alpha(x) \tag{6.1}$$

$$max \sum_{j=1}^{n} r_j x_j = \ \mu_p(x) \tag{6.2}$$

$$s.t. \sum_{i=1}^{n} x_j = 1, \tag{6.3}$$

$$0 \leq x_j \leq u_j, \qquad\qquad j = 1, \dots, n. \tag{6.4}$$

Jednačina 6.3 je budžetsko ograničenje. Obezbeđuje da zbir pondera bude jednak 1, odnosno da se ceo investicioni budžet mora uložiti. Jednačina 6.4 predstavlja zabranu prodaje "na kratko" (Short-selling) i ograničenje udela u pojedinačnoj aktivi (tj. postavlja ograničenje na ponder pojedinačne finansijske aktive). Matematički, on zabranjuje negativne pondere i ograničava maksimalnu visinu svakog pondera. Ukoliko nije drugačije naznačeno, u_j je jednako 1.

EVOLUCIONI ALGORITAM SA JAKIM PARETO OPTIMUMOM 2

Evolucioni algoritam sa jakim Pareto optimumom 2 (tj. SPEA2), uveden u radu E. Zitzler *et al* (2002), je višeciljni evolucioni algoritam koji traži tačan ili približan Pareto-optimalni skup rešenja. To je poboljšana verzija originalne verzije SPEA koju su razvili E. Zitzler i L. Thiele (1999). Za razliku od svojih jednociljnih pandana, algoritmi sa više ciljeva, kao što je SPEA2, kreiraju Pareto-optimalno rešenje u jednom pokretanju.

Glavna petlja je data sledećim koracima:

Korak 1. Inicijalizacija: Generišite početnu populaciju P_0 i kreirajte praznu arhivu $\overline{P_0} = \emptyset$. Postavite t=0.

Korak 2. Odrediti sposobnost (fitness): Izračunajte nivo sposobnosti jedinki iz P_t i $\overline{P_t}$. Vrednost sposobnosti $F(i)$ jedinke i je definisana kao:

$$F(i) = R(i) + D(i) \tag{7}$$

gde $R(i)$ označava sirovu sposobnost, a $D(i)$ označava gustinu. Sirova sposobnost se izračunava kao:

$$R(i) = \sum_{j\in P_t+\overline{P}_t,\, j\succ i} S(j) \tag{8}$$

gde $S(j)$ označava snagu jedinke j, i predstavlja broj rešenja u stvarnoj populaciji i arhivi kojima dominira rešenje j:

$$S(j) = \ |\{m|m \in P_t + \overline{P_t} \wedge j \succ m\}| \tag{9}$$

gde |·| opisuje kardinalnost skupa, + označava uniju više skupova, ≻ predstavlja Pareto-dominaciju.

Vrednost gustine $D(i)$ je definisana kao funkcija rastojanja do k-tog najbližeg rešenja (σ_i^k):

$$D(i) = \frac{1}{\sigma_i^k + 2} \tag{10}$$

gde je $k = \sqrt{N+\overline{N}}$, N veličina populacije i $\overline{N}$ veličina arhive.

Važno je napomenuti da nivo sposobnosti treba svesti na minimum.

Korak 3. Prirodna selekcija: Kopirajte sve nedominirane pojedince iz P_t i $\overline{P}_t$ u $\overline{P_{t+1}}$. Ako veličina $\overline{P_{t+1}}$ prelazi $\overline{N}$, smanjite $\overline{P_{t+1}}$ pomoću operatora skraćivanja, u suprotnom, ako je veličina $\overline{P_{t+1}}$ manja od $\overline{N}$ popunite $\overline{P_{t+1}}$ dominiranim pojedincima iz P_t i $\overline{P}_t$.

Korak 4. Terminacija: Ako $t > T$ ili ako je neki drugi kriterijum zaustavljanja ispunjen, označite sa A skup vektora vrednosti varijabli u odnosu na koje se optimizacija vrši, koje predstavljaju nedominirane pojedince iz $\overline{P_{t+1}}$. Zaustaviti.

Korak 5. Odabir za parenje: Izvršite binarnu turnirsku selekciju sa zamenom nad $\overline{P_{t+1}}$ da biste izabrali roditelje. Binarna turnirska selekcija podrazumeva nasumičan odabir po dva rešenja iz datog skupa pri čemu se za parenje bira rešenje sa boljim nivoom sposobnosti. Proces se ponavlja dok se skup jedinki za parenje ne isprazni.

Korak 6. Varijacija: Primenite operatore rekombinacije i mutacije na skup jedinki za parenje i podesite $\overline{P_{t+1}}$ na rezultujuću populaciju. Povećajte brojač generisanja (t->t+1) i idite na korak 2.

U slučaju SPEA2 algoritma, vrednost sposobnosti je kompleksna i kombinuje tri vrednosti: broj rešenja kojima dominira dato rešenje, broj rešenja koja dominiraju datim rešenjem i vrednost gustine koja meri rastojanje od drugih rešenja u skupu rešenja. Poželjne su niže vrednosti gustine.

IZVORI PODATAKA I GLAVNI REZULTATI PRORAČUNA

Ovaj odeljak analizira empirijske rezultate dobijene portfolio optimizacijom na dnevnim istorijskim prinosima *DAX* konstituenata. Naš uzorak obuhvata period od 5. januara 2015. do 28. aprila 2017. Sedam različitih finansijskih aktiva odabrano je za sprovođenje istraživanja zbog njihove povoljne distribucije u pogledu rizika i prinosa (Slika 1). Veličina uzorka je ograničena, vremenski i brojem aktiva. Posledično, izbor sedam nemačkih akcija tokom dvogodišnjeg perioda može da se učini nekonvencionalnim za demonstraciju metode. Razlog za relativno mali broj finansijskih aktiva i kraći uzorak je vreme računanja. Naš poslednji eksperiment sa SPEA2 algoritmom trajao je više od četiri dana. Proširivanje skupa akcija bi eksponencijalno produžilo vreme obračuna i predstavljalo bi značajan izazov u donošenju investicionih odluka na duži rok. Širi skup podataka, koji obuhvata širi raspon finansijske aktive tokom čitavog raspoloživog istorijskog perioda ili uključujući različite klase finansijske aktive i tržišta, pružili bi robusniju ilustraciju.

Na osnovu prethodnih rezultata, odabrali smo sedam finansijskih aktiva za optimizaciju portfolija. To su akcije: *"Münchner Rückversicherungs-Gesellschaft AG"*, *"Beiersdorf AG"*, *"Henkel AG & Co. KGaA"*, *"Siemens AG"*, *"Deutsche Börse AG"*, *"Fresenius SE & Co. KGsA"* i *"Infineon Technologies AG"*. Pregled njihovih očekivanih prinosa i rizika predstavljen je u Tabeli 1.

Tabela 1 Pregled rizika (ES) i očekivanog prinosa na evidenciju za odabrana sredstva

Broj	Finansijska aktiva	Es	Prosečan dnevni prinos
1	Münchener Rück.	2,71%	0,98%
2	Beiersdorf AG	2,87%	1,50%
3	Henkel AG	2,98%	1,73%
4	Siemens AG & Co. KGaA	3,31%	2,16%
5	Deutsche Boerse AG	3,46%	2,24%
6	Fresenius SE	3,55%	2,97%
7	Infineon Technologies AG	4,22%	4,28%

Izvor: Autori

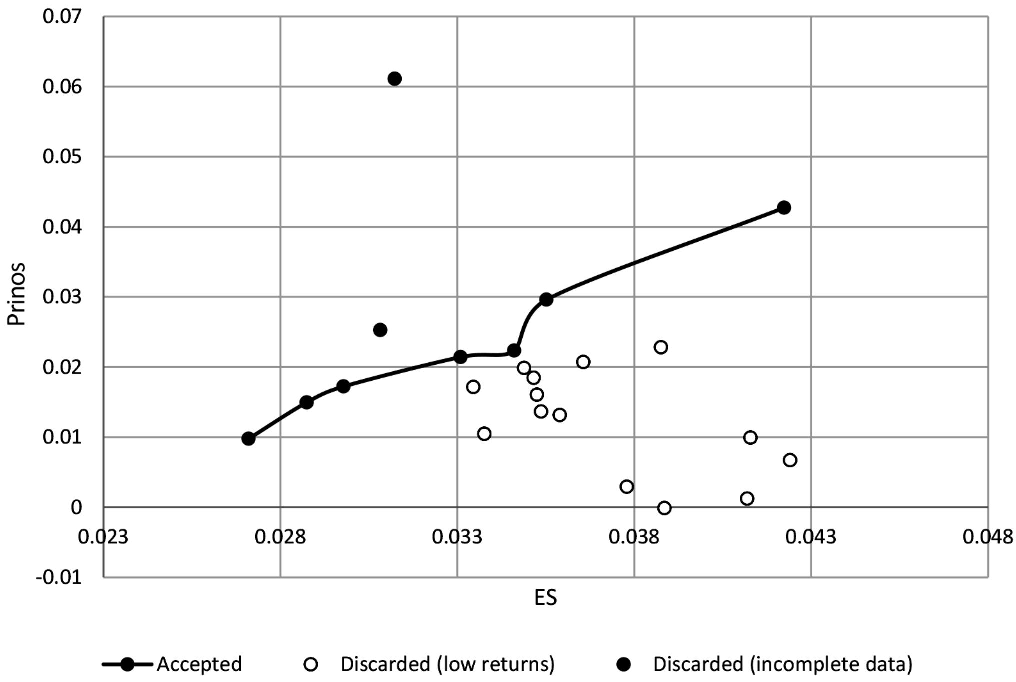
Rizik se meri kao 5% 1-dnevni istorijski ES. Kada su u pitanju očekivani prinosi, oni se izračunavaju kao prosečan dnevni prinos. Međutim, očekivani prinosi nisu dati na godišnjem nivou. Njihova anualizacija bi stvorila značajnu razliku u nivou između rizika i očekivanog prinosa među odabranom finansijskom aktivom, što bi računski otežalo optimizaciju. Umesto toga, dnevni prinosi se skaliraju na mesečni nivo, tako da su nivoi očekivanih prinosa i rizika skoro u istom opsegu.

Optimizacija sa više ciljeva bazirana na *SPEA2*

Ovde predstavljamo rezultate dobijene pomoću SPEA2 genetskog algoritma. Algoritam je pokrenut dva puta sa različitim podešavanjima. U oba pokretanja, veličina populacije je podešena na 500 jedinki, dok je broj iteracija postavljen na 200. Kao što je ilustrovano na Slikama 2 i 3 (na kojima su prikazani naši rezultati optimizacije), u prvom pokretanju veličina arhive je postavljena na 21, dok je u drugom podešena na 250.

Kao što je prikazano na Slici 2, SPEA2 proizvodi optimalne portfolije sa superiornim odnosom prinosa i rizika u poređenju sa pojedinačnim analiziranim akcijama. Da bi se obezbedilo prisustvo rešenja maksimalnog prinosa (koje je uvek rešenje sa jednom finansijskom aktivom), rešenje sa jednom finansijskom aktivom se dodaje u početnu populaciju. Tačni rezultati dobijeni tokom prvog pokušaja optimizacije prikazani su u Tabeli 2.

Rezultati dobijeni iz drugog pokušaja optimizacije prikazani su na Slici 3. Iz nje se jasno može videti da je većina optimalnih portfolija dobijenih u drugom pokušaju koncentrisana oko sredine i oko maksimalnog očekivanog prinosa. Treba naglasiti da smo u drugom pokušaju optimizacije pronašli optimalne portfolije sa nižim nivoom rizika, u poređenju sa onima dobijenim u prvom pokušaju



Slika 1 Rezime rizika/prinosa za sve DAX činioce, prikazan kao efikasna granica čije su koordinate prosečan dnevni logaritamski prinos i ES

Napomena: Bele tačke predstavljaju činioce koji se odbacuju zbog relativno niskog prinosa u poređenju sa ES, dok crne tačke predstavljaju činioce koji su odbačeni zbog nepotpunosti podataka.

Izvor: Autori

Tabela 2 Rezultati optimizacije dobijeni korišćenjem SPEA2 sa veličinom arhive 21 u prvom pokretanju

Broj	Prosečan prinos	ES	Broj	Prosečan prinos	ES
1	2,21%	-2,63%	12	3,31%	-3,14%
2	2,25%	-2,64%	13	3,34%	-3,16%
3	2,40%	-2,70%	14	3,45%	-3,25%
4	2,55%	-2,76%	15	3,56%	-3,32%
5	2,61%	-2,77%	16	3,65%	-3,41%
6	2,78%	-2,84%	17	3,73%	-3,45%
7	2,97%	-2,94%	18	3,82%	-3,53%
8	3,02%	-2,97%	19	3,93%	-3,65%
9	3,07%	-2,99%	20	4,03%	-3,83%
10	3,13%	-3,04%	21	4,26%	-4,20%
11	3,19%	-3,06%			

Izvor: Autori

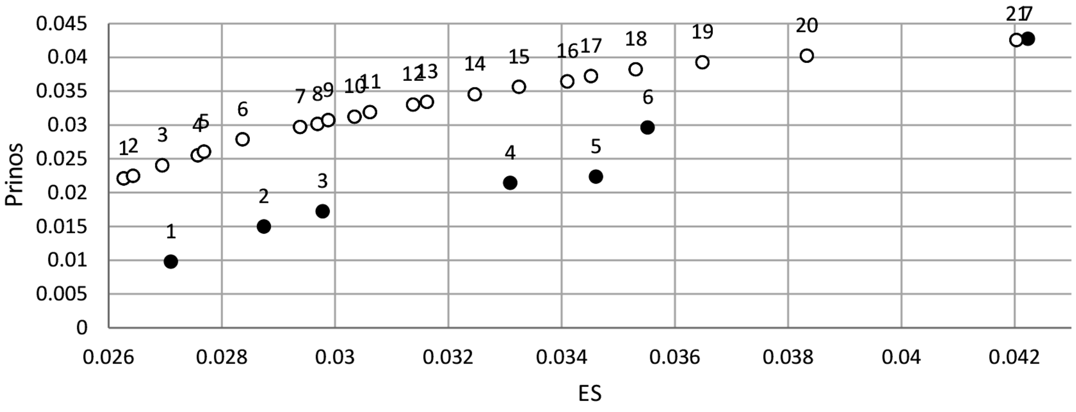
optimizacije. Međutim, kao i ranije, čini se da nedostaju optimalni portfoliji oko minimalnog rizika (Sliku 3).

Poređenje sa optimalnim portfolijima Mean-VaR

Da bismo analizirali razlike između rezultata kada je VaR postavljen kao funkcija cilja umesto ES, ponovimo naš eksperiment još jednom, ali sada sa VaR-om kao merom rizika. Rezultati dobijeni pomoću SPEA2 prikazani su na Slici 4.

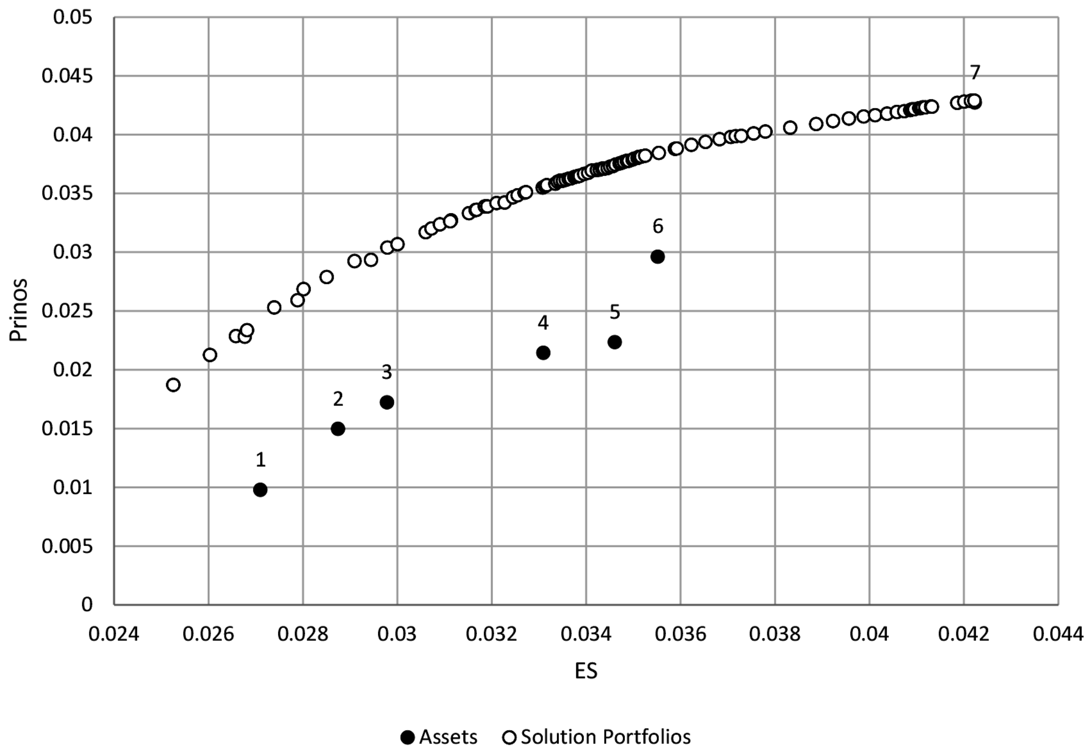
Slika 4 ilustruje da su optimalni portfoliji dobijeni SPEA2 minimiziranjem VaR-a raspoređeni duž efikasne granice i da imaju superiorniji odnos prinosa i rizika u poređenju sa sedam odabranih pojedinačnih akcija. Međutim, ako uporedimo Slike 3 i 4, možemo videti jednu značajnu razliku između optimalnih portfolija (tj. efikasne granice) dobijenih SPEA2 minimiziranjem ES (Slika 3) i onih dobijenih kada isti algoritam minimizira VaR (Slika 4). Rezultirajuća „efikasna" granica u slučaju minimizacije VaR-a izgleda ravnija, a čak i nakon udvostručenja broja iteracija optimizacije nismo bili u mogućnosti da postignemo bilo kakvo značajno poboljšanje. Štaviše, rezultati sugerišu da optimalni portfoliji za niže nivoe ciljanih očekivanih prinosa nisu dobro raspoređeni i deluje kao da su ograničeni barijerom. Ove razlike se najbolje vide kada iscrtamo optimalne portfolije dobijene optimizacijom baziranom na prosečnom prinosu i ES na istom grafiku sa onima dobijenim optimizacijom baziranom na prosečnom prinosu i VaR-u u ravni prosečan prinos-ES. Da bismo to uradili, izračunali smo ES za optimalne portfolije dobijene kroz optimizaciju baziranu na VaR-u i očekivanom prinosu i prikazali rezultat na Slici 5.

Sa slike 5 je evidentno da optimalni portfoliji dobijeni kroz optimizaciju prosečnog prinosa i VaR-a nisu



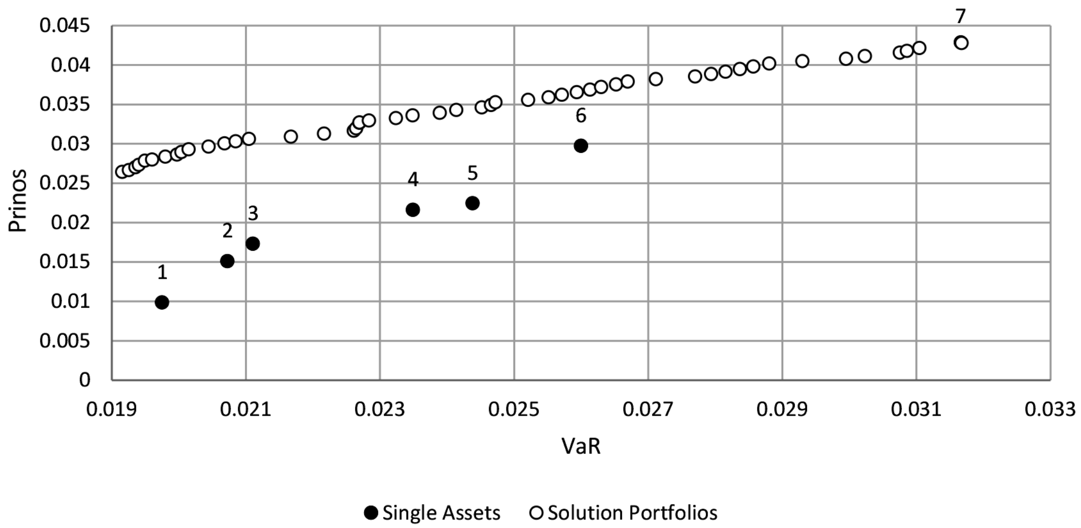
Slika 2 Rezultati SPEA2 za veličinu arhive 21

Izvor: Autori



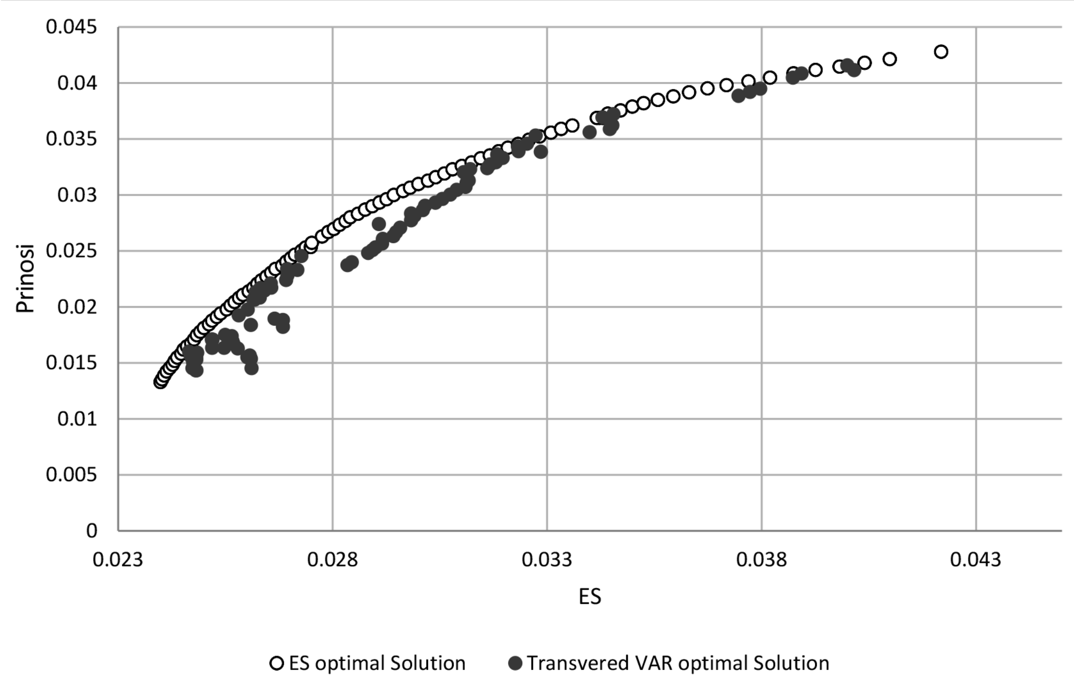
Slika 3 Rezultati optimizacije dobijeni putem SPEA2 sa veličinom arhive 250 u drugom ogledu

Izvor: Autori



Slika 4 SPEA2 optimalni portfoliji zasnovani na VaR-u kao meri rizika u odnosu na pojedinačnu finansijsku aktivu

Izvor: Autori



Slika 5 Transformisani VaR optimalni portfoliji naspram ES optimalnih portfolija

Izvor: Autori

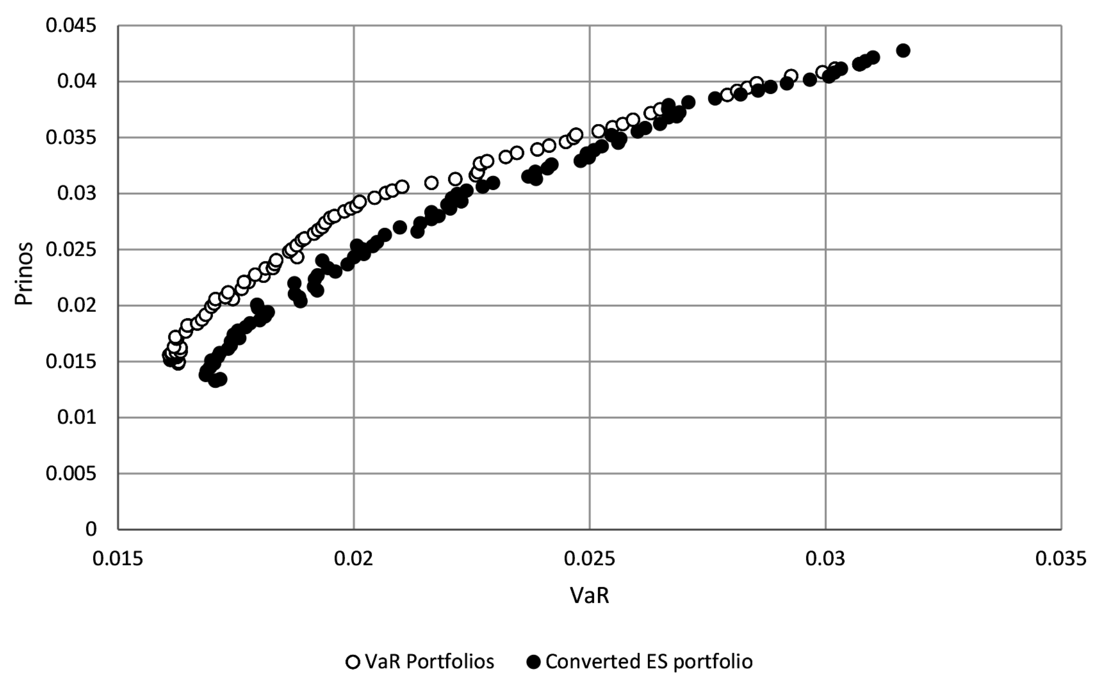
dobro raspoređeni kada se transformišu u ravni prosečan prinos-ES. Odsustvo rešenja za ES u opsegu od približno 3,5% do 3,7% je očigledno, sa naglašenijim grupisanjem optimalnih portfolija sa niskim očekivanim prinosom (videti levu stranu grafikona prikazanu na Slici 5). Pored toga, brojni portfoliji pokazuju skoro identične očekivane prinose, ali pokazuju značajna odstupanja u ES vrednostima. Ovi rezultati su nas motivisali da uporedimo i prethodna dva skupa optimalnih rešenja u ravni prosečan prinos-VaR. Da bismo to uradili, izračunali smo VaR optimalnih portfolija dobijenih portfolio optimizacijom na bazi prosečnih prinosa i ES i nacrtali ih na Slici 6 u odnosu na optimalne portfolije dobijene portfolio optimizacijom baziranom na prosečnim prinosima i VaR-om.

Kao što možemo videti na Slici 6, optimalni portfoliji dobijeni optimizacijom sa ES su znatno bolje raspoređeni duž rezultujuće efikasne granice. Pored toga, treba naglasiti da obe efikasne granice sada izgledaju veoma slično. Čini se da se optimalni portfoliji dobijeni minimizacijom ES-a približavaju optimalnim portfolijima baziranim na optimizaciji VaR-a i skoro se poklapaju za visoke nivoe očekivanog prinosa.

Na kraju, možemo zaključiti da VaR optimizacija, generalno, ne pruža ES optimalna, a ni skoro optimalna, rešenja. U isto vreme, ES optimalna rešenja mogu da obezbede skoro optimalna VaR rešenja. Shodno tome, u slučaju kada su i nizak ES i nizak VaR poželjna svojstva upravljanog portfolija, možda bi bilo vredno optimizirati ga u odnosu na ES.

ZAKLJUČAK

U ovom radu se ispituje primenljivost očekivanog gubitka kao mere rizika u problemu izbora optimalnog portfolija. Da bismo dobili optimalne portfolije, koristimo SPEA2 kako su predstavili E. Zitzler *et al* (2002). Zarad računske efikasnosti,



Slika 6 Transformisani ES optimalni portfoliji naspram VaR optimalnih portfolija

Izvor: Autori

opredelili smo se za sedam najefikasnijih činioca DAX indeksa.

Da bismo uspostavili referentnu vrednost za naše rezultate, takođe smo koristili SPEA2 za generisanje optimalnih portfolija dobijenih minimiziranjem vrednosti pod rizikom. Efikasna granica dobijena optimizacijom baziranom na VaR-u pokazala je da je ravnija u poređenju sa onom koju generiše optimizacija bazirana na ES i proizvodi dobro raspoređena optimalna rešenja. Dodatno, izračunali smo ES za optimalne portfolije dobijene iz optimizacija baziranih na VaR-u i nacrtali ih sa optimalnim portfolijima dobijenih na bazi ES. Primećeni su značajni dispariteti između dve efikasne granice, posebno na nižim nivoima očekivanih prinosa. Transformacija rešenja optimizacije bazirane na VaR-u u ravni prosečan prinos-ES otkrila je neujednačenu distribuciju i odsustvo određenih ES vrednosti. Nasuprot tome, takođe smo procenili VaR za optimalne portfolije dobijene optimizacijom baziranom na ES i nacrtali ih u odnosu na optimalne VaR portfolije. Rezultirajuće efikasne granice su veoma ličile jedna na drugu, pri čemu su ES rešenja dobro usklađena sa VaR optimalnim rešenjima. U stvari, čini se da optimalni ES portfoliji konvergiraju ka VaR optimalnim portfolijima. Naši nalazi pokazuju da portfolio optimizacija zasnovana na minimiziranju VaR-a i ES-a može proizvesti značajno različite optimalne portfolije za isti oportunitetni skup.

Kao nedostatak našeg rada naglašavamo izostanak prodaje "na kratko". Kratke pozicije mogu se strateški koristiti za direktnu zaštitu (*hedge*-ovanje) u upravljanju aktivom i pasivom (Asset-liability management) za upravljanje različitim vrstama izloženosti. Stoga, izostavljanje ovog ograničenja ograničava primenljivost studije kao i njenu mogućnost da sagleda čitav spektar portfolio menadžmenta u stvarnom svetu, potencijalno smanjujući relevantnost i robusnost nalaza.

Ovde takođe ističemo ostala ograničenja ove studije i identifikujemo puteve za buduća istraživanja u ovoj oblasti. Prvo, broj sredstava izabranih za algoritme optimizacije je veoma mali i nasumičan. Zbog jednostavne strukture SPEA2, bilo bi lako dodati neka ograničenja iz stvarnog sveta, kao što su ograničenja kardinalnosti. Uz to, detaljnije poređenje sa različitim multiciljnim evolucionim algoritmima bi bilo korisno.

REFERENCE

Acerbi, C., & Tasche, D. (2002a). Expected shortfall: a natural coherent alternative to value at risk. *Economic Notes, 31*(2), 379-388. https://doi.org/10.1111/1468-0300.00091

Acerbi, C., & Tasche, D. (2002b). On the coherence of expected shortfall. *Journal of Banking & Finance, 26*(7), 1487-1503. https://doi.org/10.1016/S0378-4266(02)00283-2

Acerbi, C., Nordio, C., & Sirtori, C. (2001). *Expected shortfall as a tool for financial risk management*. ArXiv: Cornell University. Retreived January 6, 2024, from: https://arxiv.org/abs/cond-mat/0102304

Anagnostopoulos, K. P., & Mamanis, G. (2011). Multiobjective evolutionary algorithms for complex portfolio optimization problems. *Computational Management Science, 8*, 259-279. https://doi.org/10.1007/s10287-009-0113-8

Arnone, S., Loraschi, A., & Tettamanzi, A. (1993). A genetic approach to portfolio selection. *Neural Network World, 3*, 597-604.

Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.-M., & Heath, D. (1999). Coherent measures of risk. *Mathematical finance, 9*(3), 203-228. https://doi.org/10.1111/1467-9965.00068

Basel Committee on Banking Supervision (BCBS). (2016). *Minimum capital requirements for market risk*. Basel, CH: BIS.

Basel Committee on Banking Supervision (BCBS). (2019). *Fundamental review of the trading book: Revised standard*. Basel, CH: BIS.

Caccioli, F., Farmer, J. D., Foti, N., & Rockmore, D. (2015). Overlapping portfolios, contagion, and financial stability. *Journal of Economic Dynamics and Control, 51*, 50-63. https://doi.org/10.1016/j.jedc.2014.09.041

Chan, T. C., Mahmoudzadeh, H., & Purdie, T. G. (2014). A robust-CVaR optimization approach with application to breast cancer therapy. *European Journal of Operational Research, 238*(3), 876-885. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.04.038

Chang, T.-J., Yang, S.-C., & Chang, K.-J. (2009). Portfolio optimization problems in different risk measures using genetic algorithm. *Expert Systems with Applications, 36*(7), 10529-10537. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2009.02.062

Ciliberti, S., Kondor, I., & Mézard, M. (2007). On the feasibility of portfolio optimization under expected shortfall. *Quantitative Finance, 7*(4), 389-396. https://doi.org/10.1080/14697680701422089

Corne, D. W., Knowles, J. D., & Oates, M. J. (2000). The Pareto envelope-based selection algorithm for multiobjective optimization. In M. Schoenauer, K. Deb, G. Rudolph, X. Yao, E. Lutton, J. J. Merelo, & H-P. Schwefel (Eds.), *Parallel Problem Solving from Nature PPSN VI* (pp. 839-848). Berlin Heidelberg, DE: Springer. https://doi.org/10.1007/3-540-45356-3_82

Jadhav, D., & Ramanathan, T. V. (2019). Portfolio optimization based on modified expected shortfall. *Studies in Economics and Finance, 36*(3), 440-463. https://doi.org/10.1108/SEF-05-2018-0160

Lin, C.-C., & Liu, Y.-T. (2008). Genetic algorithms for portfolio selection problems with minimum transaction lots. *European Journal of Operational Research, 185*(1), 393-404. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.12.024

Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance, 7*(1), 77-91. https://doi.org/10.2307/2975974

McNeil, A. J., Frey, R., & Embrechts, P. (2015). *Quantitative risk management: Concepts, techniques and tools-* 2nd Edition. Princeton, NY: Princeton University Press.

Metaxiotis, K., & Liagkouras, K. (2012). Multiobjective evolutionary algorithms for portfolio management: A comprehensive literature review. *Expert Systems with Applications, 39*, 11685-11698. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2012.04.053

Radak, V. (2020). *Synergies, cooperation and syndication in venture capital game, portfolio optimization with genetic algorithms and asset auctions: Essays in finance*. [Doctoral dissertation, Technische Universität Dortmund]. https://d-nb.info/1230628630/34

Ranković, V., Drenovak, M., Stojanović, B., Kalinić, Z., & Arsovski, Z. (2014). The mean-Value at Risk static portfolio optimization using genetic algorithm. *Computer Science and Information Systems, 11*(1), 89-109. https://doi.org/10.2298/csis121024017r

Sarin, S. C., Sherali, H. D., & Liao, L. (2014). Minimizing conditional-value-at-risk for stochastic scheduling problems. *Journal of Scheduling, 17*, 5-15. https://doi.org/10.1007/s10951-013-0349-6

Setiawan, E. P., & Rosadi, D. (2020). Portfolio optimisation with cardinality constraint based on expected shortfall. *International Journal of Computing Science and Mathematics, 12*(3), 262. https://doi.org/10.1504/ijcsm.2020.111707

Takeda, A. (2009). Generalization performance of -support vector classifier based on conditional value-at-risk minimization. *Neurocomputing, 72*(10-12), 2351-2358. https://doi.org/10.1016/j.neucom.2008.11.022

Takeda, A., & Kanamori, T. (2009). A robust approach based on conditional value-at-risk measure to statistical learning problems. *European Journal of Operational Research, 198*(1), 287-296. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2008.07.027

Takeda, A., Fujiwara, S., & Kanamori, T. (2014). Extended Robust Support Vector Machine Based on Financial Risk Minimization. *Neural Computation, 26*(11), 2541-2569. https://doi.org/10.1162/neco_a_00647

Wang, Y., Dang, C., & Wang, S. (2015). Robust Novelty Detection via Worst Case CVaR Minimization. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 26*, 2098-2110. https://doi.org/10.1109/tnnls.2014.2378270

Yamai, Y., & Yoshiba, T. (2005). Value-at-risk versus expected shortfall: A practical perspective. *Journal of Banking & Finance, 29*(4), 997-1015. https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2004.08.010

Zitzler, E., & Thiele, L. (1999). Multiobjective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength Pareto approach. *IEEE transactions on Evolutionary Computation, 3*(4), 257-271. https://doi.org/10.1109/4235.797969

Zitzler, E., Laumanns, M., & Thiele, L. (2002). SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm for Multiobjective Optimization. In K. C. Giannakoglou, D. T. Tsahalis, J. Periaux, & T. Fogarty (Eds.), *Evolutionary Methods for Design, Optimisation and Control with Application to Industrial Problems (EUROGEN 2001)* (pp. 95-100). International Center for Numerical Methods in Engineering: CIMNE Bookstore.

Primljeno 4. marta 2024,
nakon revizije,
prihvaćeno za publikovanje 10. jula 2024.
Elektronska verzija objavljena 29. avgusta 2024.

Vladislav Radak ima preko deset godina radnog iskustva u kvantitativnim finansijama i upravljanju rizicima. Osnovne i master studije završio je na Matematičkom fakultetu u Beogradu. Paralelno sa radom u svetskim konsultantskim kompanijama upisuje doktorske studije na Tehničkom Univerzitetu u Dortmundu. Trenutno vodi tim za finansijsku forenziku u Deloitu u Dizeldorfu, a predaje na Računarskom fakultetu u Beogradu i na višoj školi u Dizeldorfu.

Aleksandar Damjanović je doktorand na odseku za statistiku Ekonomskog fakulteta Univerziteta u Beogradu. Na istom fakultetu završio je osnovne i master studije. Dobitnik je više nagrada i stipendija. Trenutno predaje više predmeta na Računarskom fakultetu u Beogradu i radi kao revizor u Naftnoj industriji Srbije.

Vladimir Ranković je redovni profesor, UNO primenjeno računarstvo, na Ekonomskom fakultetu i prorektor za obrazovanje i studentska pitanja Univerziteta u Kragujevcu. Vladimir Ranković je rukovodilac studijskog programa osnovnih studija Poslovna informatika i master studija Veštačka inteligencija u poslovanju na Ekonomskom fakultetu. Učestvovao u više domaćih i međunarodnih naučnih projekata i autor je brojnih akademskih radova.

Mikica Drenovak diplomirao na Matematičkom fakultetu u Beogradu, i masterirao i doktorirao na Ekonomskom fakultetu u Beogradu. Predavao je na više domaćih i međunarodnih univerziteta. Učestvovao je na više domaćih i međunarodnih projekata. Svoje istraživačke rezultate je objavljivao u prestižnim međunarodnim časopisima i već više od 10 godina radi kao recenzent u Komisiji za akreditaciju i proveru kvaliteta Srbije.

MEAN-EXPECTED SHORTFALL PORTFOLIO OPTIMIZATION USING A GENETIC ALGORITHM

Vladislav Radak[1], Aleksandar Damjanović[1], Vladimir Ranković[2] and Mikica Drenovak[2]

[1]*University Union, School of Computing, the Republic of Serbia*
[2]*University of Kragujevac, Faculty of Economics, the Republic of Serbia*

Capital requirements for the market risk exposure of banks is a nonlinear function of the expected shortfall (ES), which is calculated based on a bank's actual portfolio, i.e. the portfolio represented by the bank's current holdings. To tackle portfolio optimization with respect to the ES, a genetic algorithm (GA) is used in this paper. The paper examines the effectiveness of a specific GA technique, namely the Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2 (SPEA2) for portfolio optimization when the expected return (the mean) and percentage ES are set as the optimization goals. In addition, the differences between the mean-ES optimal portfolios and the mean-VaR optimal portfolios obtained by using the same optimization algorithm is analyzed in the study. The results document that the SPEA2 method provides well-distributed portfolios along the efficient frontier covering different risk levels. Compared to the mean-VaR optimal portfolios, the mean-ES optimal portfolios document superiority over the entire efficient frontier in the mean-ES plane. Concurrently, the converted mean-ES portfolios seem to converge towards the mean-VaR portfolios in the mean-VaR plane and nearly coincide for the high levels of the expected return.

Keywords: portfolio optimization, expected shortfall, VaR, SPEA2

JEL Classification: C61, C63, G11, G17, G21