

**Prikaz knjige**

UDK: 330.45:519.852(049.32)

doi:10.5937/ekonhor1401077J

## LINEAR PROGRAMMING AND ITS APPLICATIONS

Eiselt, H. A., & Sandblom, C.-L. (2007). Berlin Heidelberg: Springer-Verlag,  
ISBN 978-3-540-73670-7, XI+380

Olivera Janković\*

Ekonomski fakultet Univerziteta u Kragujevcu

U svakodnevnom životu, kao i u mnogim naučnim oblastima, često se nameće potreba nalaženja optimalnog (minimalnog ili maksimalnog) rešenja problema pri čemu su zadovoljeni određeni uslovi. Zahvaljujući simpleks metodi, linearno programiranje je jedan od najefikasnijih pristupa formulisanju i rešavanju složenih problema donošenja odluka. Zbog toga se sve više primenjuje u modernom društvu prilikom planiranja ekonomskog razvoja i kontrole raznih aktivnosti koje su ograničene količinom raspoloživih resursa (radnom snagom, sirovinama, budžetom, vremenom i sl.).

Knjiga pod naslovom: *Linear Programming and its Applications* (2007), autora H. A. Eiselt-a i C.-L. Sandblom-a, predstavlja jedinstven pristup problematici linearnog programiranja, čiji je cilj da bez izostavljanja matematičke preciznosti i korektnosti akcenat stavi na modele i aplikacije. Shodno tome, ilustrovan je proces rešavanja problema od postavljanja modela do analize dobijenih optimalnih vrednosti. Pristup autora, vrste i izbor različitih aplikacija, kao i

ograničavanje na manji broj podtema ove oblasti (što je upravo jedna od njenih prednosti) ukazuju na to da je knjiga pre svega namenjena naprednim studentima i istraživačima koji se bave operacionim istraživanjima i njihovom primenom u ekonomskim problemima.

H. A. Eiselt i C.-L. Sandblom napominju da je ova knjiga poslednji deo trilogije čija su prethodna dva toma *Integer Programming and Network Models* (2000) i *Decision Analysis, Location Models, and Scheduling Problems* (2004). Iako redosled izdavanja ovih knjiga nije u potpunosti jasan, sva tri toma su slična po stilu, naglašavaju modele, aplikacije, formulacije/reformulacije i daju numeričke primere opisanih algoritama.

Knjiga počinje sa dva uvodna poglavlja A i B, u kojima je opisan matematički aparat neophodan za razumevanje nastavka knjige. Poglavlje A (1-30 str.) daje jasan i sažet uvod u linearnu algebru i ističe pojmove značajne za oblast linearnog programiranja. Izostavljeni su komplikovaniji matematički dokazi zbog održavanja konciznosti u izlaganju, a čitaoci koji su zainteresovani za dublju analizu su upućeni na odgovarajuću literaturu. Poglavlje B (31-44 str.) objašnjava određivanje složenosti algoritama i vremena rešavanja problema, pružajući čitaocima

\* Korespondencija: O. Janković, Ekonomski fakultet Univerziteta u Kragujevcu, Đ. Pucara 3, 34000 Kragujevac, Srbija;  
e-mail: ojankovic@kg.ac.rs

minimum znanja iz ove oblasti, ali sasvim dovoljno koliko knjiga posvećena optimizaciji treba da ponudi. Čitaoci koji nemaju odgovarajuće matematičko predznanje verovatno neće u potpunosti razumeti ukratko opisanu ne tako jednostavnu problematiku, ali autorima to i nije bio cilj.

Poglavlje 1 (45-66 str.) daje uvod u neklasičnu metodu optimizacije poznatu kao matematičko programiranje koje uključuje i linearno programiranje. Specijalno je opisan odnos između matematičkog programiranja i modeliranja, čija je svrha da pomoću odgovarajućih promenljivih veličina i parametara matematičkim modelom predstavi primer iz realne životne situacije. Odeljak 1.5, pod naslovom: *Solving the Model and Interpreting the Printout*, ilustruje opisanu teoriju na konkretnom primeru. Poglavlje 2 (67-128 str.) sadrži dobar izbor problema optimizacije koji ukazuju na važne veštine prilikom modeliranja navodeći razliku između teorijski optimalnog i praktičnog rešenja pri optimizaciji. Jasno su opisani matematički modeli sa funkcijom cilja, skupom ograničenja i uslovima nenegativnosti koji u stvari i čine tri bitna dela linearnog programa. Poglavlje 3 (129-166 str.) je u potpunosti posvećeno simpleks metodi za rešavanje problema linearnog programiranja. U dva dela je najpre opisana grafička metoda, a zatim i algebarska. Gdegod je prikladno, grafičke ilustracije pojačavaju efekat algebarskih rezultata. U Poglavlju 4 (167-202 str.) je najpre izložen formalan opis teorije dualnosti, a zatim zbog lakšeg razumevanja, na primerima je pokazana veza između primarnog i dualnog problema. Zbog uglavnom strogog teorijskog pristupa, čitaocima sa slabijim matematičkim predznanjem ovo poglavlje će biti teže za razumevanje od prethodnih. Kako dualni problem, osim za izračunavanje rešenja primala, ima i sopstveno jasno i važno ekonomsko značenje, poslednji deo ovog poglavlja je posvećen ekonomskoj interpretaciji dualnosti. Poglavlje 5 (203-224 str.) predstavlja nadogradnju Poglavlja 3 u smislu dodavanja revidirane simpleks metode. Opisuje se način uvođenja gornje granice u ograničenjima i generisanje kolona promenljivih, kada je to potrebno. Poglavlje sadrži i nekoliko primera dual-simpleks metode sa kratkim i jasnim objašnjenjima. U principu, ovo poglavlje pruža čitaocu osnovne razloge moguće modifikacije simpleks metode, ali ne i dovoljno informacija neophodnih za spovođenje te ideje.

Poglavlje 6 (225-260 str.) je fokusirano na post-optimalnu analizu kroz formalno izlaganje o osetljivosti optimalnog rešenja na promene polaznih pretpostavki. Primenom grafičke analize opisane su posledice promena slobodnih parametara, koeficijenata funkcije cilja, dodavanje/brisanje promenljivih ili ograničenja i uopšte, dat je odgovor na pitanje: „Šta ako...?“ . U poslednjem delu je na jednom dobrom numeričkom primeru objašnjena ekonomska analiza optimalnog rešenja.

Poglavlje 7 (261-294 str.) opisuje neke alternativne nesimpleks metode za rešavanje problema linearnog programiranja. Ovaj deo je sažet i fokusiran uglavnom na metodi unutrašnje tačke (*Interior point methods*), uz osvrtanje na druge metode kao što su: *traversal, external pivoting method, gravitational method, bounce i ellipsoid method*. Poglavlje bi moglo da se proširi upućivanjem na relevantnu literaturu u kojoj se analizira primena navedenih metoda u praksi. (Takođe, bilo bi dobro metodu unutrašnje tačke, koja se poslednjih decenija sve češće koristi u praksi, kritički analizirati i uporediti sa simpleks metodom).

Poglavlje 8 (295-324 str.) opisuje važne tehnike za rešavanje problema koji se ne uklapaju u „standardni“ model linearnog programiranja. Ovo je veoma korisno poglavlje, jer se čitalac upućuje na načine prevazilaženja teškoća oko modeliranja datog optimizacionog problema. Demonstriran je način preformulisanja datog problema do opšteg oblika problema linearnog programiranja (zamenom promenljivih veličina, uslova i funkcije cilja). Iako Poglavlje pokriva samo osnovu iz ove oblasti, čitaoci mogu očekivati da će naići na zanimljive i korisne ilustrativne primere.

Poslednje, Poglavlje 9 (325-362), daje uvod u problematiku višeciljnog programiranja. Koncept vektorske naspram skalarne optimizacije je dobro objašnjen. Takođe su opisane i utvrđene metode za rešavanje višeciljnog programiranja, kao što su: *weighting method, constraint, reference point programming, fuzzy programming, goal programming, bilevel programming*. Neke od ovih metoda imaju veliku primenu u ekonomiji, što je pokazano na konkretnim primerima.

H. A. Eiselt i C.-L. Sandblom, u Uvodu jasno ističu svoju želju da knjizi obezbede „dugovečnost“, tako što

će više pažnje posvetiti analiziranju suštine problema i opisivanju odgovarajućeg modela. Međutim, ono što knjizi nedostaje jeste korišćenje nekog od *software* paketa za rešavanje optimizacionih problema. Tako bi istraživači koji nemaju dovoljno iskustva u oblasti linearnog programiranja lakše uočili velike mogućnosti primene ove oblasti u praksi. Međutim,

pošto je očigledno nemoguće samo u jednoj knjizi uvesti ceo matematički aparat koji se upotrebljava u linearnom programiranju, autori su se, sa pravom, usredsredili na ono što je matematički najosnovnije i praktično najvažnije. Čitaoci koji knjigu pažljivo prouče moći će da razumeju većinu naučnih i stručnih članaka u časopisima na ovu temu.

Primljeno 5. aprila 2014,  
nakon revizije,  
prihvaćeno za publikovanje 17. aprila 2014.

*Olivera Janković* je asistent na Ekonomskom fakultetu Univerziteta u Kragujevcu, na nastavnom predmetu Matematika u ekonomiji. Student je doktorskih akademskih studija na Matematičkom fakultetu Univerziteta u Beogradu. Glavne oblasti naučnog istraživanja su numerička matematika i optimizacija.